鹰鸽博弈问题新解

——非期望效用理论下的博弈模型及其均衡分析

熊国强 陈爱娟*

摘要:针对传统经济博弈论中关于博弈局中人均为理性人假设的局限性,本文基于 RDEU 理论对鹰鸽博弈问题进行了研究。本文构建了一种新的非期望效用鹰鸽博弈模型,该模型将博弈局中人的情绪因素引入博弈过程中,可以描述局中人在博弈中的情绪偏好和相应的决策行为,且经典鹰鸽博弈模型是该模型的一个特例。最后对鹰鸽博弈的纳什均衡进行了演化分析,研究表明,博弈问题的均衡状态与博弈局中人的情绪和变化程度相关。

关键词:博弈论 鹰鸽博弈 RDEU 情绪函数 纳什均衡

一、引言

考虑一个二人参与的争夺食物的博弈问题,每个博弈局中人都能像鸽或鹰那样行动。这里"鸽"和"鹰"分别指"和平型"和"攻击型"的两种策略。这是许多经济学教科书和博弈论著作中经典的"鹰鸽博弈"。迄今为止,该博弈模型已广泛应用于讨论人类社会和动物世界中普遍存在的竞争和冲突等现象①,因此,研究鹰鸽博弈问题非常重要。

鹰鸽博弈问题的研究依赖于一定的博弈模型,在传统经济博弈模型中鹰鸽博弈的纳什均衡是在博弈局中人完全理性的假设下由支付函数决定的,显然这一假设与现实不符,由此得到的结论也是令人困惑的。自从 Maynard 和 Price(1973) 提出演化稳定策略(ESS)的概念以来,人们用演化博弈模型对鹰鸽博弈问题从不同角度进行了研究。Maynard(1974) 通过采用局中人在试错的学习过程中调整策略这一思想对单种群鹰鸽博弈的演化策略和纳什均衡进行了分析,Hammerstein 和 Parker(1982)、Matsumura(1998) 也做了类似的研究工作。Cressman(1992) 则通过引入演化动态方程对两种群两策略鹰鸽博弈问题进行了讨论,使得局中人的学习变得更加细微。刘伟兵和王先甲(2007) 将神经网络引入演化博弈模型,通过神经网络来模拟鹰鸽博弈的学习和策略调整过程。另外,王斌等(2004) 利用量子博弈模型对鹰鸽博弈问题也进行了研究。至此,鹰鸽博弈问题似乎已得到了较好的解决。但是应该看到,鹰鸽博弈研究以往大多是在 Von Neumann 和 Morgenstern(1944) 建立的期望效用理论(以下简称 EU 理论)框架下进行的,而 EU 理论自身存在一些隐含的基本假设问题:一是 EU 理论的公理体系存在问题,Machina (1987) 等学者通过反例或实验发现了大量违反 EU 理论中独立性公理的证据,如 Allais 悖论、Ellsberg 悖论、共同比例效应(Common Ratio Effect)等。这些挑战 EU 理论的反例或实验表明 EU 理论要求的"理性经济人"的基本假设并不总是满足的。二是仅通过效用函数还不能做到完全描述经济人对不确定性风险的态度和程度。效用函数是用来描述确定性价值给经济人带来的满足程度的工具,它本身没有包含反映不确定性的任何因素,如果完全用它来反映经济人在不确定性条件下的风险态度和程

* 熊国强,西安理工大学管理学院,邮政编码:710054,电子信箱:xgq168@163.com;陈爱娟,西安理工大学管理学院,邮政编码:710054。

本文受陕西省教育厅专项科学研究基金项目"陕西发展循环经济的途径与对策研究"(批准号:06JK081)资助。

①Crowley(2000)、谢识予(2007) 对早期文献和应用做了回顾和评述。

度实在有些牵强。这样,基于 EU 理论本身存在的问题,建立在其上的鹰鸽博弈的研究也存在着一定的局限性和制约。因此有必要探寻更为科学的决策准则来重新审视鹰鸽博弈问题。

经过二十多年的理论论证和实践运用,Quiggin (1982) 提出的等级依赖期望效用理论(Rank - Dependent Expected Utility Theory,简称 RDEU)得到了大量实验、实证和许多学者的支持,被证明是一种成功的能克服 EU 理论局限性的非期望效用理论。[①]在不确定性决策理论取得新的进展的背景下,本文基于 RDEU 理论来研究鹰鸽博弈问题,将体现局中人偏好态度的情绪函数引入经典博弈模型中,建立非期望效用理论下的鹰鸽博弈模型,并对鹰鸽博弈问题进行纳什均衡分析。

二、RDEU 的理论模型

从各种批驳 EU 理论的悖论来看,可以归结为对其独立性公理的质疑和批评。对此,Machina (1982) 采用一种将效用曲线显示在概率三角形中的方法进行直观分析,研究发现 EU 效用曲线(或称为 EU 无差异曲线)是一簇平行直线,并称这一现象为"无差异曲线发散",并指出这是 EU 理论存在局限性的根源所在。其后,Chew (1983)、Camerer (1989) 以及 Prelec (1990) 等许多学者通过实验研究验证了这一结论。[②] 因此,一种解决 EU 理论局限性问题的有效途径就是对无差异曲线发散现象进行修正,即对概率的线性关系进行非线性扩展。经过二十多年来许多学者的努力,建立起了一些非期望效用理论,其中,最具影响的是 Quiggin 于 1982 年提出的 RDEU 理论。

定义 1 决策者满足 RDEU 决策模型是指,他的偏好序"$\succcurlyeq$"可以用由效用函数 u 和情绪函数 W 定义的实值函数 V 来表示,即对随机变量 X、Y 有:

$$X \succcurlyeq Y \Leftrightarrow V(X, u, w) \succcurlyeq V(Y, u, w)$$

其中:

$$V(x, u, w) = \sum_{i=1}^{n} u(x_i) W_i(p) \tag{1}$$

这里,$W_i(p) = w(\sum_{j=1}^{i} p_j) - w(\sum_{j=1}^{i-1} p_j)$,$u(x)$ 是效用函数,$p_1, p_2, \cdots, p_n$ 为 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 相应的概率;若记 $p = \sum_{j=1}^{n} p_j$,则 $w(p)$ 是 p 的单调增函数,其定义域和值域均为 $[0,1]$,且满足归一性:$w(0) = 0$,$w(1) = 1$。$w(p)$ 的弯曲形状(凸或凹)可视为对累积概率 p"悲观"或"乐观"估计的反映,从而能够用 $w(p)$ 来描述决策者的心理情绪,以此反映决策者对 p 的不确定性的情绪偏好,所以可将 w 称为决策者的情绪函数。

三、鹰鸽博弈问题的非期望效用博弈模型

鹰鸽博弈为二人两策略博弈,博弈局中人可以采用鸽策略,也可以选择鹰策略,博弈的支付矩阵如表 1 所示。

表 1 鹰鸽博弈支付矩阵

局中人 1 \ 局中人 2	鸽	鹰
鸽	$\frac{v}{2}, \frac{v}{2}$	$0, v$
鹰	$v, 0$	$\frac{v-c}{2}, \frac{v-c}{2}$

表 1 中 v 代表博弈双方争夺的利益(可以是经济利益、政治利益或军事利益,也可以是动物的食物或领地),c 是博弈双方争夺中的成本。

假设博弈局中人 1 选择"鸽"策略的概率为 p,其选择"鹰"策略的概率则为 $1 - p$;博弈局中人 2 选择"鸽"

①Levy (1998) 在著作"Stochastic Dominance: Investment Decision Making under Uncertainty"中对 RDEU 等非期望效用理论做了评述。

②Starmer (2000) 对相关文献做了回顾和评述。

策略的概率为 q,选择"鹰"策略的概率为 $1-q$。为反映局中人选择策略时的情绪偏好,不妨假设局中人 1 的情绪函数为 $w_1(p)=p^{r_1}(r_1\in R)$,局中人 2 的情绪函数为 $w_2(q)=q^{r_2}(r_2\in R)$。根据 RDEU 决策模型,我们可以给出博弈局中人 1 的期望支付函数为 $w_1(p)=p^{r_1}(r_1\in R)$。根据 RDEU 决策模型,我们可以给出博弈局中人 1 的期望支付函数为:

$$U_1(p,q;w)=(p^{r_1},1-p^{r_1})\begin{pmatrix}\frac{v}{2} & 0\\ v & \frac{v-c}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}q^{r_2}\\ 1-q^{r_2}\end{pmatrix} \tag{2}$$

博弈局中人 2 的期望支付函数为:

$$U_2(p,q;w)=(p^{r_1},1-p^{r_1})\begin{pmatrix}\frac{v}{2} & v\\ 0 & \frac{v-c}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}q^{r_2}\\ 1-q^{r_2}\end{pmatrix} \tag{3}$$

可以看到,(2)式和(3)式是对经典鹰鸽博弈模型的非线性扩展,为区别起见,这里将扩展的期望支付函数 $U_i(p,q;w)\ (i=1,2)$ 称为"广义期望支付函数"。

定义 2　用 $\Gamma=[N,\{S_i\},\{U_i\}]$ 表示的博弈称为非期望效用鹰鸽博弈。其中 $N=\{1,2\}$ 表示局中人集合,S_i 为局中人 i 的混合策略集,U_i 为局中人 i 的广义期望支付函数。

在鹰鸽博弈 Γ 中,(1)当 $r_1=1,r_2=1$ 时,$w_1(p)=p,w_2(q)=q$,意味着没有情绪因素影响博弈局中人的行为,此时广义期望支付函数(2)式和(3)式退化为传统鹰鸽博弈的期望支付函数,也就是说,传统鹰鸽博弈模型是本文建立的博弈模型 Γ 中当情绪函数为线性函数时的一个特例;(2)当 $r_1>1$ 时,$w_1(p)$ 是 p 的凸函数,这时反映的是局中人 1 对选择"鸽"策略持乐观情绪,这种乐观情绪影响局中人 1 的行为,即局中人 1 对"鸽"策略是一个风险爱好者;(3)当 $r_1<1$ 时,$w_1(p)$ 是 p 的凹函数,这时体现的是局中人 1 对选择"鸽"策略持悲观情绪,局中人 1 对"鸽"策略是一个风险厌恶者。

由于这是一个二人对称鹰鸽博弈,并且局中人 2 与局中人 1 的情绪函数相似,因此局中人 2 的情绪函数 $w_2(q)$ 具有上述 $w_1(p)$ 类似的特征。

定义 3　在鹰鸽博弈 Γ 中,p^* 为 Γ 的一个混合局势,记 $P_{-i}(i=1,2)$ 是除局中人 i 之外的其他局中人的混合局势。如果 $U_i(p_i,p^*_{-i};w)\leq U_i(p^*_i,p^*_{-i};w)$,$\forall i\in N$,$\forall p_i\in S_i$,则称 p^* 为 Γ 的混合策略纳什均衡。

四、鹰鸽博弈问题的纳什均衡分析

为直观起见,我们给出鹰鸽博弈问题中 v 和 c 的一组具体数值展开讨论。考虑到双方通过激烈冲突或残酷战争得到的利益相比由此造成的损失往往要小,因此取 $v=2,c=12$,相应的支付矩阵如表 2。

表 2　鹰鸽博弈支付矩阵$(v=2,c=12)$

局中人 1 \ 局中人 2	鸽	鹰
鸽	1,1	0,2
鹰	2,0	-5,-5

在传统经济博弈理论下,鹰鸽博弈有三个纳什均衡:分别是(鸽,鹰)、(鹰,鸽)和一个混合策略纳什均衡(每个局中人都以概率 1/6 选择"鹰"策略)。此时纳什均衡的现实意义是,当两方局中人都足够理性时,采取攻击型策略的概率仅有 1/6 左右,这意味着发生冲突或战争的可能性比较小。

显然这一均衡分析的结论容易使人们产生疑问,既然鹰鸽博弈表明理性的局中人(如个人、国家、动物等)之间不会选择冲突或战争,那么人类历史上为什么会有那么多战争,现实生活中为什么存在各种各样的正面冲突。这些问题难以用传统博弈模型给予描述和进行深入分析。

下面我们用本文建立的非期望效用鹰鸽博弈模型对其均衡状态进行演化分析。由(2)式得:

$$U_1(p,q;w)=7q^{r_2}+5p^{r_1}-6p^{r_1}q^{r_2}-5 \tag{4}$$

对(4)式关于 p 求偏导,得一阶条件:

$$\frac{\partial U_1(\cdot)}{\partial p} = r_1 p^{r_1-1}(5-6q^{r_2}) = 0 \tag{5}$$

现分两种情形讨论。情形1:当 $r_1>1$ 时,局中人1对"鸽"策略持乐观情绪,则有:$(5-6q^{r_2})=0$,解之得:

$$q^* = (\frac{5}{6})^{\frac{1}{r_2}} \tag{6}$$

可以看到,混合策略纳什均衡与局中人2情绪偏好密切相关。

(1)若局中人2对"鸽"策略也持乐观情绪($r_2>1$)时,q^* 随 r_2 值的增大(风险厌恶程度降低)而增大,换言之,局中人2选择"鸽"策略的可能性就越大,如图1所示。这时博弈双方的均衡状态是相互间和平共处,双方发生冲突或战争的可能性较小。

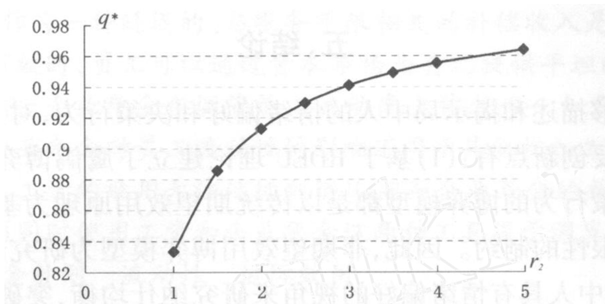

图1　q^*随 r_2 变化图($r_2>1$)

(2)若局中人2对"鸽"策略持悲观情绪($r_2<1$)时,q^*随 r_2 值的减小(风险厌恶程度增加)而相应降低,换言之,局中人2选择"鹰"策略的概率就越大,如图2所示。特别地,当局中人2对"鸽"策略的风险厌恶程度足够大(如 $r_2<0.3$)时,局中人2选择"鹰"策略的概率将大于50%,这时博弈双方的均衡状态将是一方忍让而另一方霸道。

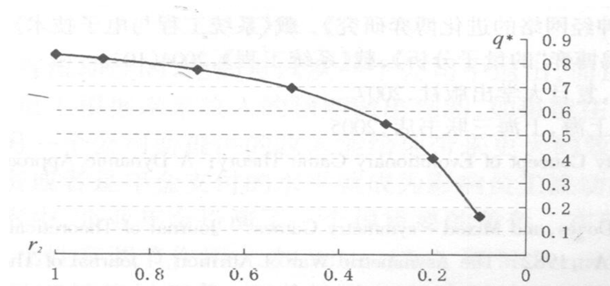

图2　q^*随 r_2 变化图($r_2<0$)

情形2:在(5)式中,当 $r_1<1$ 时,局中人1对"鸽"策略持悲观情绪,$p\neq0$,则 $p^{-r_1}\neq0$,于是,$(5-6q^{r_2})=0$,解得:

$$q^* = (\frac{5}{6})^{\frac{1}{r_2}}$$

类似情形1,可讨论 q^*随局中人2情绪变化的取值以及博弈双方的均衡状态。在此情形下,由于局中人1对"鸽"策略持悲观情绪,博弈双方发生冲突的可能性比较大。

同理,由(3)式得局中人2的非期望支付函数为:

$$U_2(p,q;w) = 7p^{r_1} + 5q^{r_2} - 6p^{r_2}q^{r_2} - 5 \tag{7}$$

由(7)式解得:$p^* = (\frac{5}{6})^{\frac{1}{r_1}}$,同样可讨论局中人1的情绪变化对博弈均衡状态的影响,这里不再重复。

归纳上述分析,对于鹰鸽博弈的纳什均衡,我们得到如下结论:

(1)局中人1和局中人2的混合策略纳什均衡为$((\frac{5}{6})^{\frac{1}{r_1}},1-(\frac{5}{6})^{\frac{1}{r_1}})$、$((\frac{5}{6})^{\frac{1}{r_2}},1-(\frac{5}{6})^{\frac{1}{r_2}})$,但均衡状态受到局中人的情绪及其程度($r_1$ 和 r_2)的影响。

(2)若局中人1和局中人2均没有情绪因素影响其行为($r_1=1$, $r_2=1$),则就是传统博弈模型确定的纳什均衡,即为(鸽,鹰)、(鹰,鸽)或都以(5/6,1/6)的概率选择"鸽"策略和"鹰"策略,它意味着发生冲突的可能

性很小。

(3) 若局中人中有一方对"鸽"策略持乐观情绪($r_1 > 1$ 或 $r_2 > 1$) ,则博弈均衡可能是(鸽,鸽) ,也可能是(鹰,鸽)或(鸽,鹰) ,即均衡状态或是双方和平共处,或是一方霸道一方忍让,彼此发生冲突或战争的可能性不大。

(4) 若局中人中有一方对"鸽"策略持悲观情绪($r_1 < 1$ 或 $r_2 < 1$) ,则鹰鸽博弈的纳什均衡可能是(鹰,鸽)或(鸽,鹰) ;若两者均持悲观情绪时,且风险厌恶超过一定程度(如 $r_1 < 0.3$, $r_2 < 0.3$) 时,纳什均衡甚至可能是(鹰,鹰) ,它意味着局中人之间将发生正面冲突。

可见,博弈问题的均衡状态并不是传统博弈论一直沿用的由支付函数来决定的,还与局中人的情绪偏好及其程度有关,而且后者起着关键的作用。

五、结论

非期望效用博弈模型能够描述和揭示局中人的情绪偏好和决策行为,对其纳什均衡的演化分析更符合现实博弈的过程。本文的主要创新点有:(1) 基于 RDEU 理论建立了鹰鸽博弈问题的非期望效用博弈模型。由于现有大多数研究人们决策行为的博弈模型都是以传统期望效用原理为基础的,所以这些模型不可避免地受到其理论基础固有的局限性的制约。因此,非期望效用博弈模型为研究经济博弈问题提供了一种新的思路。(2) 引入情绪函数从局中人具有情绪偏好的视角来研究纳什均衡,突破了以往博弈模型根据"完全理性"假设来研究局中人行为的分析模式。

尽管本文是针对具体的鹰鸽博弈问题进行的研究,但类似的研究思想和分析方法可以进一步推广到其他博弈问题的分析中,这对于推动经济博弈论的理论研究和其在实际中的应用具有积极意义。

参考文献:

1. 刘伟兵、王先甲:《基于 PSO 神经网络的进化博弈研究》, 载《系统工程与电子技术》,2007(8) 。

2. 王斌、徐寅峰、孙利辉:《"鹰鸽博弈"的量子分析》,载《系统工程》,2004(10) 。

3. 谢识予:《经济博弈论》,上海,复旦大学出版社,2007。

4. 肖条军:《博弈论及其应用》,上海,上海三联书店,2005。

5. Cressman ,R. ,1992. The Stability Concept of Evolutionary Game Theory: A Dynamic Approach. Berlin Heidelbergy ,Springer - Verlag Press.

6. Crowley ,P. H. ,2000. "Hawks ,Doves ,and Mixed - symmetry Games." Journal of Theoretical Biology ,Vol. 204 ,pp. 543 - 563.

7. Hammerstein ,P. and Parker ,G. A. ,1982. "The Asymmetric War of Attrition." Journal of Theoretical Biology ,Vol. 96 ,pp. 647 - 682.

8. Levy ,H. ,1998. Stochastic Dominance: Investment Decision Making under Uncertainty. Boston: Kluwer Academic Publishes.

9. Machina ,M. J. ,1982. "Expected Utility Theory without the Independent Axiom." Econometrica ,Vol. 50 ,pp. 277 - 323.

10. Machina ,M. J. ,1987. "Choice under Uncertainty: Problems Solved and Unsolved." Journal of Economic Perspectives ,Vol. 1 ,pp. 121 - 154.

11. Matsumura ,S. and Kobayashi ,T. ,1998. "A Game Model for Dominance Relations among Group - living Animals." Behavioral Ecology Sociobiology ,Vol. 42 ,pp. 77 - 84.

12. Maynard ,Smith and Price ,G. R. ,1973. "The Logic of Animal Conflict." Nature ,Vol. 246 ,pp. 15 - 18.

13. Maynard ,Smith ,1974. "The Theory of Games and the Evolution of Animal Conflicts." Journal of Theoretical Biology ,Vol. 47 ,pp. 209 - 221.

14. Maynard ,Smith ,1982. Evolution and the Theory of Games. Cambridge ,Cambridge University Press.

15. Quiggin ,J. ,1982. "A Theory of Anticipated Utility." Journal of Economic Behavior and Organization ,Vol. 3 ,pp. 323 - 343.

16. Schmeidler ,D. ,1989. "Subjective Probability and Expected Utility without Additivity." Econometrica ,Vol. 57 ,pp. 571 - 587.

17. Starmer ,C. ,2000. "Developments in Non - Expected Utility Theory: The Hunt for a Descriptive Theory of Choice under Risk." Journal of Economic Literature ,Vol. 8 ,pp. 332 - 382.

18. Von Neumann ,J. and Morgenstern ,O. ,1944. Theory of Games and Economic Behavior. Princeton: Princeton University Press.

19. Yarri ,M. ,1987. "The Dual Theory of Choice under Risk." Econometrica ,Vol. 55 ,pp. 95 - 115.

(责任编辑:王红霞)