收入不平等程度的度量方法研究

王祖祥

摘要: 本文先讨论了经济理论中比较收入不平等程度的方法, 即罗伦兹曲线法、广义罗伦兹曲线法、不平等指数法, 并介绍了一种衡量社会福利的指数。最后利用所讨论的方法与指数, 采用《中国统计年鉴》中我国 1990-1998 年的城镇收入分配数据, 对我国城镇居民的收入分配变化进行了比较。

关键词: 收入分配　罗伦兹曲线　广义罗伦兹曲线　不平等指数

一、引言

任何经济制度都不能避免收入不平等问题。改革开放以来, 随着经济的快速发展, 我国大多数人正在步入小康, 但收入不平等现象也越来越引起了人们的重视。收入与财富是两个不同的概念, 前者是流量概念, 通常指的是一定时期中经济成员所获得的货币数量。后者是一存量概念, 是一定时期结束时经济成员所拥有的财产, 如金融资产、实物资产等。我们所要考虑的收入分配, 是一定时期内整个社会内货币收入增量在各经济成员间的分配。

社会的进步使人类形成了一种基本的价值观, 即经济社会中的任何成员应具有相同的权利, 而这种权力的具体体现之一是收入分配的平等。注意到, 平等与公平在概念上有差别, 平等意味着等同, 公平是更高层次上的平等。讨论收入分配的公平将不可避免地涉及到更多的价值判断, 可能是非常困难的问题, 因此经济理论中常代之于讨论收入分配的平等问题。或许人们不会反对, 所谓平等分配, 即全社会中每个成员都获得等量的收入。但对于货币收入而言, 显然社会中每个成员得到等量的收入可能不是平等的分配, 例如城市与农村成员各得相等的收入时, 对应的生活水平可能相差很远, 另外成年人与儿童得到相同的收入也不能说是平等分配, 因此实际生活中完全的平等可能不应作为追求的目标。另外, 实际收入分配分析中一般难以将收入落实到单个个人, 例如收入分配状态的调查一般是以家庭户为单位的。因此, 收入不平等问题的分析可能是非常复杂的。下面我们假定所讨论的经济成员除收入可能不同外, 其他所有方面都是相同的, 在这种条件下, 平等的收入分配当然应该是每个成员拥有相同数量的收入。目前很多收入分配不平等分析正是将这种收入分配做为参照系的条件下进行的。近年来, 国内经济学界正在尝试利用收入不平等指数讨论收入不平等问题, 本文目的在于理清一些基本概念, 供感兴趣的同行参考。本文最后利用中国统计年鉴上城镇居民的收入分配数据进行了数值试验。

二、比较收入不平等程度的方法

1. 罗伦兹曲线法

以下记 n 为经济成员的个数, 对任何收入分配 $x=(x_1, \cdots, x_n)$, 都假定它是升序的, 即有 $x_1 \le x_2 \le \cdots \le x_n$, 其中 $x_i \ge 0$ 是成员 i 的收入。又记 $\bar{x}=n^{-1}\sum_{i=1}^{n} x_i$, 即 $\bar{x}$ 是平均收入。记低收入端人口份额为 $p_i=i/n$ 的 i 个成员所拥有的收入份额为

$$L_x(p_i)=(n\bar{x})^{-1}\sum_{j=1}^{i} x_j$$

在直角坐标系内, 在形如 $(p_i, L_x(p_i))$、$(p_{i+1}, L_x(p_{i+1}))$ 的两点间分别连直线, 则得所谓的罗伦兹曲线 $L_x(p)$。可见如果收入完全平等, 则对任何 $p\in[0,1]$ 必成立 $L_x(p)=p$, 即 45°线, 否则罗伦兹曲线必在 45 线以下, 即有 $L_x(p)\le p$。而 $L_x(p)\le p$ 意味着人口份额为 p 的低收入群体拥有的收入份额低于 p, 因此收入分配出现了不平等。又显然 $L_x(p)$ 曲线的位置越低, 收入不平等越严重。称收入分配 x 罗伦兹控制(Lorenz Dominant)分配 y, 如果对任何 $p\in[0,1]$ 成立 $L_x(p)\ge L_y(p)$, 且至少存在一点 $p\in[0,1]$ 使得有 $L_x(p)>L_y(p)$。因此所谓 x 罗伦兹控制 y, 即两种收入分配的罗伦兹曲线不相交, 且前者更靠近均等收入曲线, 因此直观上 x 对应的收入分配比 y 更平等。

可见, 上述用罗伦兹曲线比较收入分配的做法本质上是借助经济直观, 把实际的收入分配与平等收入分配进行比较, 下面的罗伦兹控制定理说明了这种做法的深刻的经济意义。称方阵 B 是双随机矩阵(简称为 BS 阵), 如果 B 的元素均大于或等于 0, 且 B 的各行元素的和、各列元素的和均等于 1。例如单位阵与交换阵(交换单位阵的行所得的矩阵)均为 BS 阵, 元素均为 $1/n$ 的 n 阶方阵也是 BS 阵。称 n 元函数 $g(x)$ 是 S- 凹的, 如果对任何 BS 阵 B 有 $g(Bx)\ge g(x)$。称 $g(x)$ 是严格 S- 凹的, 如果对任何非交换阵的 BS 阵 B 有 $g(Bx)>g(x)$。改变上述定义中的不等号的方向即得 S- 凸函数的定义。容易看出, 对一个收入向量左乘一个 BS 阵进行变换, 得到的向量中分量将变得相互更接近, 即对应的收入分配更为平等。可见效用函数为 S- 凹函数的决策者更偏好平等的收入分配, 因此 S- 凹性可以用来表述"更偏好平等"这样的价值判断。

罗伦兹控制定理: 对两个升序收入分配向量 x 与 y 且 $x\ne y$, 则以下各条件等价:

(1) x 罗伦兹控制 y 且 $\bar{x}=\bar{y}$。

(2) 存在非交换阵的 BS 阵 B 使 $x=By$。

(3) 可以从 y 出发, 通过有限次的从相对富裕成员处到相对贫困成员处的收入转移来获得 x, 且每次转移都不使被转移者与接受转移者的收入高低顺序颠倒。

(4) 对任何严格 S- 凹的函数 g, 成立 $g(x)>g(y)$。

参考文献①～③中有关于这一定理的进一步讨论。这一定理说明, 如果用罗伦兹曲线来比较收入不平等程度, 则罗伦兹控制等价于: x 的元素比 y 的元素更均匀(条件 2); x 可以通过由 y 进行从高收入端到低收入端的有限次收入转移

而得到(条件 3);所有偏好平等分配的决策者都认为 x 优于 y(条件 4)。罗伦兹控制与条件 4 的等价性说明,如果 x 与 y 的罗伦兹曲线相交,则一定能找到两个都偏好平等分配的决策者 $g_1(x)$ 与 $g_2(x)$,使 $g_1(x) > g_1(y)$,但是又有 $g_2(x) < g_2(y)$,即粗略地说,在所有偏好平等分配的决策者中,在对 x 与 y 中何者更平等的看法上不能取得一致意见。

2. 广义罗伦兹曲线法

注意到用罗伦兹控制概念比较收入分配时,排除了罗伦兹曲线相交的情形,又注意到条件 1 中有限制 $\bar{x} = \bar{y}$。如果 $\bar{x} > \bar{y}$ 且 x 罗伦兹控制 y,显然可以肯定地说,x 对应的社会福利比 y 要高。但如果分配 x 中平均收入较低(即 $\bar{x} < \bar{y}$),这时即使 x 分配比 y 更平等(即 x 罗伦兹控制 y),x 所对应的社会福利可能不及 y。为考虑这种情形下收入分配的比较问题,对收入分配 x 定义广义罗伦兹曲线 $GL_x(p) = \bar{x}L_x(p)$。如果对任何 $p \in [0,1]$, 收入分配 x 与 y 的广义罗伦兹曲线成立关系式 $GL_x(p) \geq GL_y(p)$(即两曲线不相交),则称 x 广义罗伦兹控制 y。下列结论使我们有理由相信,当 x 广义罗伦兹控制 y 时 x 要优于 y:

肖沃克斯定理[4]: x 广义罗伦兹控制 y 的充要条件是对任何严格凹的增函数 $U(t)$ 成立 $\sum_{i=1}^{n} U(x_i) \geq \sum_{i=1}^{n} U(y_i)$。

如果将 $U(t)$ 解释为决策者(例如政府)的收入效用函数,则 $u(x) = \sum_{i=1}^{n} U(x_i)$ 可以解释为决策者眼中的社会福利,$U(t)$ 的单调增加性可以解释为决策者偏好高效率(即收入越高越好),而 $U(t)$ 严格凹说明他也偏好平等分配($U(t)$ 严格凹意味着边际效用递减,又由 $u(x)$ 的定义知增加低收入者的收入时,有利于增加 $u(x)$ 的值,即对于更平等的分配,$u(x)$ 的值越大)。于是这一定理说明,当 x 与 y 的广义罗伦兹曲线不相交时,广义罗伦兹曲线位置较高的收入分配社会福利较高,因为所有既偏好高效率与也偏爱平等的决策者都认为 x 优于 y,而不管这一决策者如何平衡效率与平等的关系。这样,我们得到了一种某种程度上兼顾效率与平等的比较收入分配的方法。由于 x 罗伦兹控制 y 时,y 仍可能广义罗伦兹控制 x,即按罗伦兹曲线的观点 y 的平等程度不及 x,但按上述社会福利函数,y 对应的社会福利更大。因此广义罗伦兹控制概念有助于识别出平等程度较低但社会福利实际上较高的收入分配。但这种方法有两个明显的缺点,一是广义罗伦兹曲线相交时比较方法失效,二是只要本年的收入分配中每人的收入不低于前一年,且有人的收入严格增加,则本年的收入分配广义罗伦兹控制前一年。例如经济增长的成果都由收入最高的成员独享时,增长后的收入分配的社会福利也将高于增长之前的收入分配,很多人可能难以认同这种观点。因此,在比较收入分配时,广义罗伦兹控制只能作为备选工具之一,处于受控地位的分配是否真正不值得提倡,最好综合其他经济因素来确定。

3. 不平等指数及社会福利指数

不平等指数是刻画收入不平等程度的数量指标,它是收入分配的函数,对越平等的收入分配其数值越小。不平等指数的优点是可以比较任何两种收入分配。显然,一种指数 I 能不能刻画收入不平等,重要指标是看它能否满足所谓的转移单调性(也称为罗伦兹相容性):当 x 罗伦兹控制 y 时成立 $I(x) < I(y)$。注意到罗伦兹控制定理中等价性条件 4 可以换为:对任何严格 S—凸的函数 g,成立 $g(x) < g(y)$。于是罗伦兹控制定理说明:(1)至少应选择 $I(x)$ 是 S—凸函数。(2)如果收入分配 x 与 y 的罗伦兹曲线相交,则一定能够找到两个不同的 S—凸函数 I_1 与 I_2,使 $I_1(x) > I_1(y)$,但同时又有 $I_2(y) > I_2(x)$。即两种指数对这两种分配的评价结果完全相反,因此实际工作中选择何种不平等指数至关重要。另外,实际生活中人们对任何两种收入分配的不平等程度的看法可能是多种多样的,用特定不平等指数来度量不平等程度时,可能反映的只是部分人的观点。因此,利用任何不平等指数得出的结论时都需仔细检验。

对有 n 个成员的收入分配 x 重复任何 m 次形成含有 mn 个成员的收入分配 $y = (x, x, \cdots, x)$,如果不平等指数 I 满足 $I(x) = I(y)$,则称 I 满足人口倍增不变性。显然,只有不平等指数满足人口倍增不变性时,才有理由利用它比较人口数量不同的收入分配[i]。又从罗伦兹曲线的定义可见对任何 $k>0$ 有 $L_x(p) = L_{kx}(p)$,即收入分配 x 等比例改变成 $kx = (kx_1, \cdots, kx_n)$ 时,相应罗伦兹曲线不变。或许是基于这一性质,经济理论中常考虑所谓相对不平等指数,即满足 $I(kx) = I(x)$ 的不平等指数。有意思的是,这种指数的另一性质是当收入增量平均分配时其数值将减少[ii]。

经济学中构造融入人们价值判断(ethical)的不平等指数的基本思想如下:先指定一个单调增加函数 W 作为社会福利函数,对任何收入分配 x,求出满足 $W(\xi(x)e) = W(x)$ 的所谓平等收入等价量 $\xi(x)$,其中 e 是分量全为 1 的向量,然后取 $I(x) = (\bar{x} - \xi(x))/\bar{x}$ 作为不平等指数。这种指数有非常有趣的经济解释,因为 $W(\xi(x)e) = W(x)$ 意味着全社会只需总收入 $n\xi(x)$ 即可达到总收入为 $n\bar{x}$ 的福利,因此 $n(\bar{x} - \xi(x))$ 是不平等导致的收入"浪费"的总量,从而 $I(x) = \frac{\bar{x} - \xi(x)}{\bar{x}} = \frac{n(\bar{x} - \xi(x))}{n\bar{x}}$ 是总收入中浪费掉了的份额。可见我们是利用社会福利函数将分配 x 与某种完全平等的收入分配进行比较来构造不平等指数的。

显然,$I(x)$ 与函数 W 的选取密切相关。因为对任何 BS 阵 B,记 $z = Bx$,则有 $\bar{z} = \bar{x}$,所以 $I(x)$ 是 S—凸函数(从而满足转移单调性)的充要条件是 $\xi(x)$ 是 S—凹函数。但在 W 是增函数的条件下,由于 $W(x) \geq W(y)$ 的充要条件是 $\xi(x) \geq \xi(y)$,所以 $\xi(x)$ 是 S—凹函数的充要条件是 W 是 S—凹函数,因此只要取 W 是单调增加的 S—凹函数,则 $I(x)$ 是 S—凸函数。注意到此时才成立 $\xi(x) \leq \bar{x}$[iii]。如果再希望 $I(x)$ 是相对指数,显然应要求 $\xi(x)$ 是一次齐次函数,即对任何 $k>0$ 成立 $\xi(kx) = k\xi(x)$。又容易证明,$\xi(x)$ 是一次齐次函数的充要条件是 W 是位似函数,即存在一元单调增函数 $w(t)$ 与一次齐次函数 $v(x)$ 使 $W(x) = w(v(x))$。因此如果希望得到满足转移单调性的相对不平等指数,只要取 W 为单调增加的 S—凹的位似函数即可。阿特金森(Atkinson)[5]考虑了选取 $W(x) = n^{-1}\sum_{i=1}^{n} U(x_i)$ 作为社会福利函数,这时选择适当的严格增加的凹函数 $U(t)$,可使 $W(x)$ 是单调增加的 S—凹的位似函数[iv],他得到的不平等指数为

$$I(x) = \begin{cases} 1 - \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i}{\bar{x}} \right)^{1-c} \right\}^{1/(1-c)} & 0<c \neq 1 \\ 1 - \left\{ \prod_{i=1}^{n} \frac{x_i}{\bar{x}} \right\}^{1/n} & c=1 \end{cases}$$

其中 c 可以解释为决策者边际效用 $U'(t)$ 的弹性。容易看出 $I(x)$ 满足人口倍增不变性。

特别取 $W(x) = f\left[\sum_{i=1}^{n} [2(n-i)+1]x_i\right]$,其中 f 是单调增函数,可见 $W(x)$ 是单调增加的 S—凹的位似函数。由 $W(\xi(x)e) = W(x)$ 可得出 $\xi(x) = n^{-2}\sum_{i=1}^{n} [2(n-i)+1]x_i$,记 $G(x) = 1 - \xi(x)/\bar{x}$,即得不平等指数

$$G(x)=1-(n^{-2}\bar{x})^{-1}\sum_{i=1}^{n}[2(n-i)+1]x_i$$
$$=(n^2\bar{x})^{-1}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i\geq j}(x_i-x_j)$$

这实际上即著名的基尼系数, 注意到基尼系数满足人口倍增不变性。尽管人们发现, 作为不平等指数, $G(x)$ 有比较严重的缺点, 但它还是得到了广泛应用, 下面将说明由它可得出一个经济意义非常明确的社会福利指数, 即 $w(x)=\bar{x}(1-G(x))$。其中 $1-G(x)$ 表示的是收入分配的平等程度, $\bar{x}$ 反映的是社会的产出效率, 因此可以理解 $w(x)$ 是综合了效率与平等的指数。下面说明我们有理由相信 $\bar{x}(1-G(x))$ 能做为度量社会福利的指标。

每个人在评价自己的经济政治地位时, 总是要与其他人进行比较, 俗话说“比上不足, 比下有余”, 意思是对当前的地位比较满意了, 不过仍没有达到理想的境界。可见关键在于“比”, 与地位更优越的人比较时“比上不足”, 说明他在比较中感觉到被剥夺了获得更优越地位的权利。与境况更差的人比较时“比下有余”, 这是一种相对比较时产生的满足的感觉。设社会中任何人的收入都在区间 $[0, M]$ 之内, 这时对收入量为 t 的成员, 他与获得收入量属于 $[t, M]$ 的任何成员比较时“比上不足”, 与获得收入量属于 $[0, t)$ 的成员比较时“比下有余”。可见可以定义所谓相对剥夺函数[6]

$$D(t,z)=\begin{cases} z-t & t\leq z \\ 0 & t\geq z \end{cases}$$

用来表示收入为 t 的成员与收入为 z 的成员比较时感到被剥夺的数量, 收入为 t 的成员感到被剥夺的总量用平均值 $D(t)=n^{-1}\sum_{i=1}^{n}D(t,x_i)=n^{-1}\sum_{x_i\geq t}(x_i-t)$ 来表示, 用 $S(t)=\bar{x}-D(t)$ 表示收入为 t 的成员感到的相对满足, 则全社会的相对满足可用平均值

$$w(x)=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}S(x_j)=\bar{x}\Big(1-\frac{1}{n^2\bar{x}}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i\geq j}(x_i-x_j)\Big)=\bar{x}(1-G(x))$$

来表示, 于是得到了表示社会福利的公式 $w(x)=\bar{x}(1-G(x))$。

三、数值试验

《中国统计年鉴》每年提供 1 份《城镇居民家庭基本情况》表, 该表反映了该年城镇居民收入分配的抽样调查数据, 列出了每年调查的总户数, 并将被调查的家庭户按收入从低到高按 10% 或 20% 分组, 给出了每个收入组的平均每户人口数、平均每户收入, 等等。表 1 收集了 1990-1998 年的数据, 其中平均收入以元为单位。

表 1 1990 - 1998 年的收入分配数据

	项目	10%	10%	20%	20%	20%	10%	10%
1998	户数(户)	3 908	3 908	7 816	7 816	7 816	3 908	3 908
	平均每个人口数(人/户)	3.51	3.42	3.29	3.19	3.02	2.90	2.75
	人平均收入(元/人)	2 505.02	3 329.13	4 134.93	5 148.81	6 404.89	7 918.46	11 021.49
1997	户数(户)	3 789	3 789	7 578	7 578	7 578	3 789	3 789
	平均每个人口数(人/户)	3.60	3.44	3.34	3.19	3.07	2.94	2.72
	人平均收入(元/人)	2 456.11	3 246.20	3 988.04	4 922.32	6 074.17	7 495.26	10 297.45
1996	户数(户)	3 637	3 637	7 274	7 274	7 274	3 637	3 637
	平均每个人口数(人/户)	3.57	3.46	3.32	3.20	3.10	2.96	2.81
	人平均收入(元/人)	2 453.62	3 148.62	3 779.82	4 579.98	5 599.28	6 826.77	9 250.44
1995	户数(户)	3 552	3 552	7 104	7 104	7 104	3 552	3 552
	平均每个人口数(人/户)	3.67	3.49	3.36	3.23	3.12	2.99	2.79
	人平均收入(元/人)	2 177.72	2 778.49	3 363.67	4 073.88	4 958.42	6 036.43	8 231.31
1994	户数(户)	3 494	3 494	6 988	6 988	6 988	3 494	3 494
	平均每个人口数(人/户)	3.72	3.57	3.39	3.28	3.16	3.01	2.81
	人平均收入(元/人)	1 734.57	2 238.37	2 721.15	3 303.66	4 079.07	5 007.24	6 837.81
1993	户数(户)	3 539	3 539	7 078	7 078	7 078	3 539	3 539
	平均每个人口数(人/户)	3.79	3.62	3.46	3.31	3.16	3.05	2.82
	人平均收入(元/人)	1 359.87	1 718.63	2 041.67	2 453.88	2 985.88	3 626.66	4 905.77
1992	户数(户)	3 629	3 629	7 258	7 258	7 258	3 629	3 629
	平均每个人口数(人/户)	3.90	3.71	3.53	3.36	3.21	3.09	2.80
	人平均收入(元/人)	1 127.00	1 409.00	1 665.00	1 977.00	2 330.00	2 767.00	3 663.00
1991	户数(户)	3 673	3 673	7 346	7 346	7 346	3 673	3 673
	平均每个人口数(人/户)	3.99	3.76	3.59	3.40	3.29	3.10	2.86
	人平均收入(元/人)	1 006.54	1 239.65	1 439.05	1 671.43	1 951.29	2 283.08	2 956.81
1990	户数(户)	3 566	3 566	7 132	7 132	7 132	3 566	3 566
	平均每个人口数(人/户)	4.09	3.88	3.71	3.49	3.30	3.14	2.87
	人平均收入(元/人)	859.92	1 077.12	1 266.60	1 489.08	1 756.56	2 071.92	2 675.64

资料来源: 国家统计局:《中国统计年鉴》, 北京, 中国统计出版社。

表 2 1990 - 1998 年各收入组拥有的收入份额

	10%	20%	40%	60%	80%	90%	人平均收入(元/人)
1998	0.0511	0.1172	0.2752	0.4660	0.6907	0.8241	5 452.73
1997	0.0535	0.1210	0.2821	0.4720	0.6975	0.8307	5 184.95
1996	0.0564	0.1266	0.2899	0.4789	0.7023	0.8325	4 837.31
1995	0.0577	0.1277	0.2908	0.4807	0.7040	0.8343	4 282.20
1994	0.0563	0.1260	0.2869	0.4760	0.7009	0.8324	3 498.17
1993	0.0604	0.1333	0.2988	0.4891	0.7082	0.8378	2 580.53
1992	0.0641	0.1425	0.3139	0.5076	0.7257	0.8504	2 030.56
1991	0.0684	0.1477	0.3236	0.5171	0.7356	0.8561	1 714.33
1990	0.0660	0.1445	0.3209	0.5160	0.7336	0.8557	1 522.84

资料来源: 用表 1 中数据折算。

为进一步说明问题, 根据表 1 数据可得出表 2。其中例如 20% 所对应的列是 20% 的低收入端家庭户所拥有的收入份额, 等等。

表 2 中的“人平均收入”是表 1 中样本家庭户所有人口的平均收入。根据前面介绍的收入分配的分析方法, 利用上述数据, 可以对这些被抽样调查的家庭户进行收入分配分析。实际上, 表 2 中每一行数据都是该年家庭户收入的近似罗伦兹曲线。如果用“→”表示福利改善, 可见有 1994→1995, 1995→1990, 1996→1990, 1997→1990, 1998→1990, 1990→1991, 同时可见有 1994→1993→1992→1991, 即用罗伦兹曲线来评价收入分配平等状态时, 在 1990-1998 年这 9 年间, 1991 年的收入分配平等状态是最好的, 从 1991-1994 年逐

年恶化。1994-1995 年有短暂的好转, 但 1995 年的收入分配仍不及 1991 年。从 1995-1998 年的 4 年中, 任何两年的罗伦兹曲线都相交一次。对这些年份的分配不能利用罗伦兹曲线来进行平等程度的比较。

再考虑广义罗伦兹曲线, 表 2 中每行收入百分比乘以该行最后的平均收入即得相应年份的近似广义罗伦兹曲线。可见只要 $m > n$, 199m 年的收入分配广义罗伦兹控制 199n 年的收入分配。也就是说, 对从 1990-1998 年的各年的收入分配中, 任何持有严格凹且单调增的效用函数的决策者, 都将认为后一年的收入分配优于前一年。第二部分中我们曾经指出, 广义罗伦兹控制结论是否经得起推敲, 还需综合考虑其他经济因素。

再用不平等指数与福利函数 $w(x) = \bar{x}(1-G(x))$ 来进行分析。结果见表 3。注意到, 由于低收入端家庭户的人口数量较多, 计算基尼系数时是换算成人平计算的, 这样算出的基尼系数比以家庭户为单位时得出的结果要大。尽管各年的人口数量不同, 但由于基尼系数与阿特金森不平等指数的人口倍增不变性, 仍能使用它们进行各年间的收入不平等程度的比较。从基尼系数与阿特金森不平等指数可以清楚地看到, 从 1990-1994 年收入不平等程度逐年增加, 1995 年有短暂的好转, 接着从 1996 年开始又逐年恶化。但最后一列的福利指数说明, 综合效率与平等两方面来考虑时, 这些年的社会福利却在逐年改善。

表 3　　1990 年到 1998 年城镇居民收入分配的不平等指数

	基尼系数	阿特金森指数		$w(x) = \bar{x}(1-G)$
		c=2	c=4	
1998	0.226	0.127	0.246	4 220.41
1997	0.218	0.116	0.230	4 054.63
1996	0.204	0.102	0.201	3 850.50
1995	0.204	0.100	0.200	3 408.63
1994	0.211	0.107	0.211	2 760.06
1993	0.198	0.091	0.184	2 069.59
1992	0.179	0.071	0.154	1 667.09
1991	0.163	0.057	0.128	1 434.89
1990	0.172	0.063	0.143	1 260.91

从表 2 中数据可见最低收入端 10% 家庭户所拥有的收入份额一般达 5～6% 左右, 与发达国家比较, 这种收入不平等不能说是严重的。例如⑦中给出了 1979-1983 年间若干发达国家的罗伦兹曲线数据, 从中可见, 低收入端 10% 家庭户所拥有的收入份额不超过 3%, 例如美国为 1.42%, 瑞士为 1.45%, 加拿大为 1.79%, 澳大利亚为 1.92%, 瑞典与德国稍高, 分别为 2.87% 与 2.6%。⑤与⑧中的数据也表明, 发达国家的基尼系数与取 c=2 时的阿特金森指数一般都在 0.4 到 0.5 左右(作者曾利用英国税务部门的数据计算过所有实际缴过税的纳税人的基尼系数, 结果也是 0.4 左右)。另注意到发达国家中农业人口比例是很小的, 因此其不平等指数主要反映的是城镇人口的收入不平等状态。从表 3 可以看出, 与发达国家比较, 本文算出的不平等指数是出人意料的小, c=4 时阿特金森指数稍大是由于 c 值越大意味着决策者的平等倾向越强, 越倾向于放大不平等的严重程度。这一结果只能说明我国城镇居民的收入不平等程度远没有发达国家严重, 如果认为这与经济直观有出入, 那么收入分配数据的可靠性就值得怀疑了。

注释:

① P. Dasgupta, A. Sen, D. Smarrett, (1973), Notes on the Measurement of Inequality, Journal of Economic Theory, 6, pp. 180～187.

② C. Berge, Topological Spaces, New York, Macmillan, 1963.

③ J. E. Foster, (1985), Inequality measurement, in Fair Allocation, H. P. Young (Ed.), AMS Short Course Lecture Notes, Vol. 33. pp.31～68, Providence: American Mathematical Society.

④ A. F. Shorrocks, (1983), Ranking Income Distribution, Economica, 50, pp.3～17.

⑤ A. B. Atkinson, (1970), On the measurement of Inequality, Journal of Economic Theory, 2, pp.244～263.

⑥ Peter J. Lambert, (1989), The Distribution and Redistribution of Income, Basil Lanckwell Inc.

⑦ J. A. Bishop, J. P. Formby, W. J. Smith, (1991), International comparisons of income inequality: Tests for Lorenz dominance across nine countries, Economica, 58, pp.461～477.

⑧ C. Blackorby, D. Donaldson, M. Auersperg, (1981), A new procedure for the measurement of inequality within and among population subgroups, The Canadian Journal of Economics, 14, pp. 665～685.

附录:

i　例如, 设收入分配 x 中有人口 n, 收入分配 y 中有人口 m, 将 x 重复 m 次得 X, 将 y 重复 n 次得 Y, 于是 X 与 Y 都是 $n \times m$ 个成员的收入分配, 对满足人口倍增不变性的 I, 由于 $I(x) = I(X)$, $I(y) = I(Y)$, 于是比较 $I(x)$ 与 $I(y)$ 等价于比较 $I(X)$ 与 $I(Y)$。

ii　先注意到由罗伦兹控制定理中等价条件 1 及 x 罗伦兹控制 y 的定义, 知 x 罗伦兹控制 y 等价于对任何 $k=1,2,\cdots,n$ 成立:

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_k \geq y_1 + y_2 + \cdots + y_k$$

至少对某一个 k 成立

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_k > y_1 + y_2 + \cdots + y_k$$

而且 $\bar{x} = \bar{y}$。

设 $W(x)$ 满足对任何常数 $k>0$ 有 $W(kx) = W(x)$, $W(x)$ 是严格凹函数。记 x 的平均值为 $\bar{x}$, 下面证明对升序排列的分配向量 y 成立 $W(y+\alpha e) > W(y)$, 其中 $\alpha>0$。先选择常数 k 并令 $z = ky$, 其中 k 的选择使得 $\bar{z} = \bar{y} + \alpha$。由于 z 的定义应有 $\bar{z} = k\bar{y}$, 并有 $k\bar{y} = \bar{y} + \alpha \Rightarrow k = 1 + \frac{\alpha}{\bar{y}}$。注意到 y 是升序排列的。令 $m = \max\{i \mid y_i \leq \bar{y}\}$, 则对任何 $j \leq m$ 有

$$(y_j + \alpha) - ky_j = (y_j + \alpha) - \left(1 + \frac{\alpha}{\bar{y}}\right) y_j = \alpha - \frac{y_j}{\bar{y}}\alpha \geq 0 \tag{1}$$

并且对任何 $j > m$ 有

$$(y_j + \alpha) - ky_j < 0 \tag{2}$$

可见对任何 $s=1,2,\cdots,n$ 成立

$$\sum_{j=1}^{s}(y_j + \alpha) - \sum_{j=1}^{s} ky_j \geq 0 \tag{3}$$

实际上, 由于(1)知对任何 $s \leq m$ 上式成立。如果存在 $r > m$ 使

$$\sum_{j=1}^{r}(y_j + \alpha) - \sum_{j=1}^{r} ky_j < 0$$

则由(2)式知对任何满足 $r \leq s \leq n$ 的 s 将有

$$\sum_{j=1}^{s}(y_j + \alpha) - \sum_{j=1}^{s} ky_j < 0$$

但这与 $\bar{z} = k\bar{y} = \bar{y} + \alpha$ 矛盾。又显然若 $y \neq \bar{y}e$, 则存在使(3)式成为严格不等式的 s, 于是由(3)及 $W(x)$ 的严格凹性, 再利用上述罗伦兹控制的等价条件知有 $W(y+\alpha e) > W(ky) = W(y)$。

iii　由于 $W(x)$ 的 S—凹性及单调性, 取 b 为分量全为 $1/n$ 的双随机矩阵, 则有

$$W(\xi(x)e) = W(x) \leq W(Bx) = W(\bar{x}e)$$

从而 $\xi(x) \leq \bar{x}$。

iv　阿特金森选择的函数 $U(t)$ 为

$$U(t) = U_c(t) = \begin{cases} \alpha + b\,\dfrac{t^{1-c}}{1-c} & 0<c \neq 1 \\ \alpha + b\,1nt & c=1 \end{cases}$$

c 可以理解为对不平等的厌恶程度, 对持有这一效用函数的决策者, c 越大, 他将越厌恶不平等。即若决策者 1 与决策者 2 都持有这一效用函数, 他们的 c 值分别为 c_1 与 c_2, 且如果 $c_1 < c_2$, 则对相同的经济状态, 决策者 2 将认为不平等程度比决策者 1 所认为的严重。

注意到, 如上述选择 $U(t)$ 时, $W(x) = n^{-1}\sum_{i=1}^{n} U(x_i)$ 将是位似函数, 例如当 $0<c \neq 1$ 时, 取

$$w(v) = \alpha + \frac{b}{1-c} v^{1-c},\ v(x) = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^{1-c}\right)^{1/(1-c)}$$

即可验证。显然无论 c 取大于零的何值, $W(v)$ 都是 v 的增函数, $v(x)$ 是一次齐次函数。

(作者单位: 武汉大学经济学系　武汉　430072)

(责任编辑: 曾国安)