DOI：10.19361/j.er.2024.06.10

不确定性下的投资决策和资产定价研究综述

李 楠 邢 帅 朱宇宏*

摘要：随着全球经济不确定性的增加，不确定性对经济活动和金融市场的影响引起了多方关注。本文系统梳理了不确定性下的投资决策和资产定价的理论研究和实证研究成果，并发现尽管弗兰克·奈特早在一百多年前就提出应明确区分风险和不确定性，但是由于不确定性难以度量，即使不确定性下的投资决策和资产定价理论研究已取得了丰硕成果，实证研究也大多只考虑风险而不考虑不确定性。本文进一步梳理了不确定性度量的研究进展，特别是高频交易数据和计算机算力提升带来的最新进展，并对比了各类利用经济和金融市场中实际数据度量不确定性方法的差异和适用性。本文的研究成果有助于学者选取恰当的度量方法，研究不确定性对经济活动和金融市场的影响，以及金融市场的有效性，进而提出基于实际数据量化分析的政策建议和投资建议。

关键词：奈特不确定性；资产定价；投资决策；度量不确定性

中图分类号：F830；F015

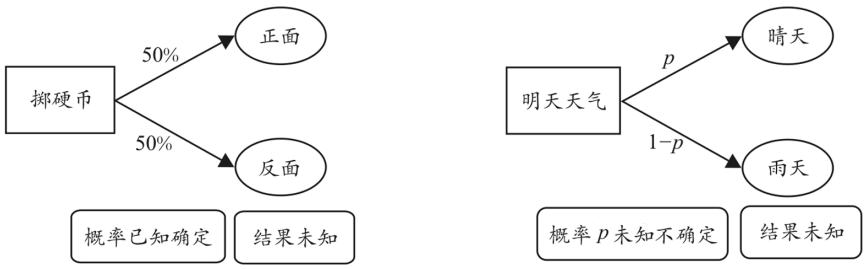
一、引言

在经济全球化和世界多极化的大趋势下，各国之间的经济贸易摩擦使得全球经济不确定性不断增加；同时，人类的经济活动对环境的影响也使得气候变化所带来的不确定性与日俱增。面对不确定性，微观层面的企业和投资者如何做出最优决策？宏观层面的政策制定者如何制定有效的经济政策和金融市场监管规则？解决这些问题，首先需要研究投资者、企业、政府在面对不确定性时的决策过程，然后理解不确定性对金融市场资产价格的影响，从而帮助经济决策者根据实际的经济和金融市场状况做出合理的应对。而这些研究的前提是能够利用实际数据对不确定性进行量化分析。

* 李楠，上海交通大学上海高级金融学院，邮政编码：200030，电子信箱：nanli@sjtu.edu.cn；邢帅（通讯作者），上海交通大学安泰与经济管理学院，邮政编码：200030，电子信箱：sea939721@sjtu.edu.cn；朱宇宏，新加坡管理大学经济学院，邮政编码：188065，电子信箱：yhzhu.2021@phdecons.smu.edu.sg。

本文得到国家自然科学基金面上项目“不确定性对投资者决策和资产定价的影响的量化研究——基于中美金融市场数据的实证分析”（72073097）、国家自然科学基金面上项目“异质性视角下金融科技对系统性风险的影响与机制研究”（72271159）、国家自然科学基金面上项目“中国大宗商品期货市场流动性、定价有效性和市场监管政策研究”（72073089）的资助。感谢《经济评论》审稿专家们的宝贵意见和建议，作者文责自负。

传统经济学和金融学研究中的风险是指结果未知而概率分布已知确定的随机性,如扔硬币或掷骰子。然而 Knight(1921)早在一百多年前就提出,经济社会和金融市场中的经济决策人往往面对的是结果未知且概率分布亦未知的随机性,即奈特不确定性(Knightian Uncertainty)或模糊性(Ambiguity)①,而投资人在面对风险和不确定性时的决策往往是截然不同的,因此必须采用完全不同的方法来对待不确定性和风险,但是两者从未被恰当地区分(Knight, 1921)。图 1 给出了风险与不确定性的区别的示意图。



(a)风险　　(b)不确定性

图 1　风险与(奈特)不确定性的区别

凯恩斯在 1934 年的一封书信中指出,人们在进行风险投资时,应该尽量在自己了解的项目上多投资,而不应该把资金分散到那些一无所知的项目上(Keynes, 1978),这反映了投资决策人对于不确定性的厌恶以及利用有效信息减小不确定性的愿望。哈耶克指出,在现实的经济社会中,每个人所拥有的知识不一样,所拥有的信息也不见得是正确的,因而社会的问题往往是错综复杂、难以预测的(Hayek, 1937)。埃尔斯伯格悖论(Ellsberg, 1961)则说明人们面对不确定与风险时的决策原则是截然不同的。当人们面对结果未知概率分布也未知的不确定性时,往往会在最差的可能性下寻求最好的结果,即 Gilboa 和 Schmeidler(1989)提出的极大极小原则(Maxmin Principle)。而这样的决策行为,在只考虑风险的分析框架下似乎是不理性的,但是在考虑不确定性的分析框架下却是完全合理的。然而,经济和金融领域传统的投资决策和资产定价研究框架往往只包含了风险,即假设投资人面对结果未知但概率分布确定唯一的风险。

资产定价领域的一个核心问题是,金融市场中何种风险被定价,如何被定价,以及资产的价格能否有效准确反映市场信息。从 Markowitz(1952)的均值方差分析,到 CAPM 资产定价模型,再到在实证资产定价研究中被广泛应用的多因子模型,都是基于传统金融分析框架,假设风险资产收益率的概率分布确定唯一,即只有风险而没有奈特不确定性。在这一前提下,Hayek(1937)提出的"市场有效性是指市场的价格能否迅速有效地整合个体市场参与者分散的信息"的理念,被广泛用于研究金融市场的有效性。Fama(1970)指出任何试图检验市场是否有效的研究都必须使用某个资产定价模型来计算资产的合理价格,然后才能知道市场是否存在异象,即模型计算出来的预期收益率与利用实际数据估计的预期收益率不一致。而这些资产定价模型的前提假设都是市场中只有风险没有不确定性。因此,在传统的资产定价模型中引入不确定性,并探讨在仅有风险框架下的金融市场中的各种异象是否

①本文不区分"奈特不确定性"与"模糊性",在没有特别说明时,"不确定性"指"奈特不确定性"。

仍然存在,对于理解在充满不确定性的经济环境中,资产的价格能否有效反映金融市场中的信息以及金融市场能否有效地配置资源等相关研究至关重要。

从 Mehra 和 Prescott(1985)提出风险溢价之谜(Equity Premium Puzzle)以来,研究者发现,一方面越来越多的金融市场上的异象不能被基于传统金融学仅有风险的资产定价模型所解释,而在传统金融分析框架中引入不确定性有助于解释这些市场异象;另一方面,由于全球经济不确定性的增加,将奈特不确定性系统地引入货币政策、投资决策和资产定价的研究越来越重要。

Hansen(2007)从理论上论证了不确定性对于风险定价具有重要影响,且不确定性和风险在金融市场中的定价存在本质差异。Hansen 和 Sargent(2010)指出在面对不确定性时,投资者通常更不愿意交易不确定性较大的股票,从而使得这些股票的交易量降低,流动性变差,交易成本升高。

近 40 年来关于不确定性下的投资决策和资产定价的理论研究成果丰硕,但是基于市场真实数据的相关实证研究却凤毛麟角。主要的挑战是难以基于金融市场实际观察到的数据来估计和度量不确定性。这是因为,奈特不确定性的本质是概率分布未知或不确定,而传统的统计学理论基础是利用实际观察到的数据来估计确定唯一的概率分布。目前,与不确定性相关的实证研究或基于实验数据,或使用代理变量,而在奈特不确定性的框架下,利用可观测到的实际经济金融数据度量不确定性,区分概率分布已知的风险和概率分布未知的不确定性是相关实证研究的最大挑战。

2008—2009 年始于美国次贷危机的全球金融危机,使得越来越多的政策制定者、金融从业者和学者意识到,在探讨金融市场定价效率时,有必要考虑金融市场上存在巨大的不确定性。但是,多数研究是在仅有风险的传统框架中引入尾部风险或灾难性风险,依然假设概率分布是确定唯一的,只不过这个概率分布有比正态分布①更高的尾部风险。然而,所谓“黑天鹅”或“灰犀牛”等事件的概率分布其实是不确定的,即存在奈特不确定性。而经济人面对不确定性和风险的经济决策原则相去甚远。因此,全球金融危机之后,越来越多的学者开始关注如何有效利用金融市场中可以观测到的大数据,科学合理地刻画和度量“概率分布未知”的不确定性,进而研究不确定性对投资决策等经济活动、资产价格和金融市场定价效率的影响。

计算机算力的大幅提高和高频交易数据的出现,使得对不确定性的度量成为可能。与风险类似,经济不确定性既包括影响整体经济的宏观或系统不确定性,也包括影响微观个体的非系统不确定性。因此,需要从宏观和微观两个层面对不确定性进行度量:一是利用宏观整体市场数据来刻画整体市场的经济不确定性;二是利用微观数据来度量个股或者企业的不确定性。

本文系统梳理并总结了 20 世纪 20 年代以来国内外有关不确定性下的投资决策和资产定价理论,特别是不确定性的度量和实证分析的最新研究进展。全文内容共分为四个部分。第一部分为引言;第二部分梳理总结不确定性下的效用公理、投资决策和资产定价研究进展;第三部分总结不确定性度量方法研究进展;第四部分为结论。

①在传统的金融分析中,通常假设资产收益率服从正态分布。

二、不确定性下的效用公理、投资决策与资产定价的研究

一百多年来,数学、统计学、决策科学、经济学和金融学领域的研究者对不确定性下的决策进行了深入研究并且取得了丰硕的成果。本节首先总结不确定性下的效用公理体系的研究成果和最新发展,然后介绍不确定性下的投资决策的研究进展,接着汇总了不确定性下的资产定价的研究发现,最后总结了不确定性与市场有效性检验的相关研究。

(一)不确定性下的效用公理体系

在研究面对风险和不确定性的决策时,首先需要建立不确定性下的效用公理体系。Schmeidler(1989)建立了经济人在面对可能存在多个概率分布时,根据 Choquet 期望效用(Choquet Expected Utility, CEU)进行决策的公理。具体而言,具有 CEU 偏好的决策人在面对两种可能出现的情形时,首先找到最差的情形,然后以此为依据形成预期效用,进而选择最优策略使其预期效用最大化。假设风险资产 f 在两种情形下的结果分别是 f_1 和 f_2,情形 1 发生的概率为 q,可取值范围 $C(v)$,那么风险资产 f 给经济决策人带来的 Choquet 期望效用定义如下:

$$\begin{aligned} &CEU(f)=\min_{q\in C(v)}\left[qU(f_1)+(1-q)U(f_2)\right]\\ &s.t.\ C(v)=\{q\in[0,1]:q\geqslant v(f_1),1-q\geqslant v(f_2)\}\\ &\quad v(\cdot)\geqslant 0,v(f_1)+v(f_2)\leqslant 1\\ &\quad v(f_1\text{与}f_2\text{均不发生})=0\\ &\quad v(f_1\text{或}f_2\text{发生,或两者均发生})=1 \end{aligned} \tag{1}$$

(1)式中:U 是一个单调递增的凹函数,即决策者是厌恶风险的,$v(\cdot)$ 刻画了两种情形的概率的可行集。经济决策人选择使其 CEU 最大的风险资产或资产组合。

Gilboa 和 Schmeidler(1989)在 CEU 的基础上建立了多种先验概率分布(Multiple Prior Probabilities, MPP)下的极大极小原则最优决策公理体系,即经济决策人在面对多种可能的概率分布时,会选择在最差的情形下做出最好决策。具体而言,考虑不确定性的经济决策人认为风险资产 f 比 g 好的标准是:

$$\min_{P\in\mathscr{P}}E^P[U(f)]\geqslant\min_{P\in\mathscr{P}}E^P[U(g)] \tag{2}$$

(2)式中:$\mathscr{P}$ 为所有可能的概率分布的集合,$E^P[\cdot]$ 是在概率分布 P 下求期望。经济决策人选择使其 $\min_{P\in\mathscr{P}}E^P[U(\cdot)]$ 最大的风险资产或资产组合。

Duffie 和 Epstein(1992)建立了连续时间 MPP 偏好,提出了随机微分效用(Stochastic Differential Utility,SDU)。Chen 和 Epstein(2002)提出的具有时间一致性的连续时间 SDU 偏好则奠定了连续时间不确定性下资产定价研究的基础。

Hansen 和 Sargent(2001)指出 Gilboa 和 Schmeidler(1989)提出的极大极小原则与工程学里的鲁棒控制理论(Robust Control Theory)有异曲同工之妙。Anderson 等(2003)在动态随机一般均衡理论框架中,引入了对稳健性或鲁棒性的偏好,即决策人在进行决策时,会考虑到模型对于经济随机状态变化的刻画可能存在偏差,为了避免出现灾难性后果,决策人会做出具有稳健性的决策,即在最差的可能性下做出最优决策,而这正是极大极小原则。

Maccheroni 等(2013)建立了稳健性偏好公理,并证明了稳健性偏好是变分偏好(Variational Preferences)一种特例。具有稳健性偏好的决策人,认为风险资产 f 优于 g 的标

准是：

$$\min_{Q\in\Delta(\Omega)}\{E^{Q}[U(f)]+\rho\mathscr{R}(Q\parallel P)\}\geqslant\min_{Q\in\Delta(\Omega)}\{E^{Q}[U(g)]+\rho\mathscr{R}(Q\parallel P)\}\qquad(3)$$

(3)式中：P 为基准概率分布，即决策人观察不到的真实的概率分布，$\Delta(\Omega)$为包含 P 的概率分布集合(决策人会考虑的或者估计的所有可能的概率分布)，$\mathscr{R}(Q\parallel P)$是 Kullback－Leibler 偏离度，度量概率分布 Q 与基准概率分布 P 的距离。ρ 是惩罚系数，反映了经济决策人对稳健性的偏好，当ρ 越小，对于 Q 偏离 P 的惩罚越小，经济决策人可能考虑与概率分布 P 距离越大的概率分布 Q，即经济决策者对稳健性越关注。(3)式所刻画的稳健性偏好与(4)式所刻画的变分偏好互为等价条件：

$$\min_{Q\in\mathscr{Q}}E^{Q}[U(f)]\geqslant\min_{Q\in\mathscr{Q}}E^{Q}[U(g)]\qquad(4)$$

(4)式中：$\mathscr{Q}=\{q\in\Delta(\Omega):\mathscr{R}(q\parallel p)\leqslant\eta\}$。不难看出极大极小原则偏好((2)式)与变分偏好((4)式)等价，因此极大极小原则偏好与稳健性偏好亦等价。

Klibanoff 等(2005)指出人们做决策时，并不总是悲观到要考虑最差的情形，而会考虑各种可能概率分布的平均值，因而提出了平滑不确定性偏好(Smooth Ambiguity Preference)并建立了相应的效用函数。他们严格证明了面对由一族概率分布刻画的不确定性的决策人的目标是，最大化其平滑不确定性预期效用(简称 KMM 效用)。具体而言，假设经济决策人面对一族概率分布集合 $\mathscr{P}$时，会基于其认定的这一族概率分布的概率 $\xi(P)$来做出最优决策，使其期望效用最大。在 KMM 效用下，一个风险资产 f 好于 g 的标准是：

$$\int_{\mathscr{P}}\psi(E^{P}[U(f)])d\xi(P)\geqslant\int_{\mathscr{P}}\psi(E^{P}[U(g)])d\xi(P)\qquad(5)$$

(5)式中：$E^{P}[\cdot]$为基于概率分布 P 的期望；$U(\cdot)$为单调递增凹函数，刻画了决策人对风险的厌恶程度；$\psi(\cdot)$为单调增函数，刻画了决策人对不确定性的偏好，$\psi(\cdot)$为凹(凸)函数则决策人厌恶(喜爱)不确定性，$\psi(\cdot)$为线性函数则表明决策人对不确定性中性。KMM 效用函数可以将决策人对于不确定性的厌恶程度和不确定性的大小区分开来，而 Gilboa 和 Schmeidler(1989)提出的极大极小化原则偏好，决策人对不确定性的厌恶程度和面临的不确定性的大小都是通过不同概率分布的离散度大小来刻画的。Maccheroni 等(2013)证明了在 KMM 偏好下的确定性等价结果。

(二)不确定性下的投资决策

不确定性下的投资决策研究大多基于 Gilboa 和 Schmeidler(1989)提出的极大极小效用函数和 Klibanoff 等(2005)提出的不确定性下的平滑效用函数。这些研究重点从理论层面探讨投资者在面对不确定性的最优投资组合决策，并且分析了引入不确定性是否有助于解释仅有风险的传统金融框架下投资决策异象，如本地偏好，即投资者过度集中投资本国或本地企业的股票而没有进行足够的地区风险分散，以及仅有部分投资者参与股票市场的有限参与之谜(Limited Participation Puzzle)等。

Uppal 和 Wang(2003)在 Markowitz(1952)的均值－方差分析模型中引入不确定性，研究了不确定性下最优资产组合决策。具体而言，投资者在 N 个风险资产与一个无风险债券中选择最优资产组合时，假设 N 个风险资产的收益率服从均值为$\boldsymbol{\mu}$，协方差矩阵为 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的多元正态分布。Markowitz(1952)的均值－方差模型中假设预期收益率$\boldsymbol{\mu}$ 和协方差矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$ 均是已知且确定的，而 Uppal 和 Wang(2003)的模型中则假设预期收益率$\boldsymbol{\mu}$ 是未知不确定的，投资者

利用可观察到的(已实现的)收益率对预期收益率进行估计,设为$\hat{\boldsymbol{\mu}}$,但认为真实的预期收益率是在$\hat{\boldsymbol{\mu}}$的附近,并按照极大极小原则选择最优投资决策:

$$\begin{aligned}&\max_{\boldsymbol{\alpha}}\min_{\boldsymbol{\mu}}E^{\mu}[-\exp(-\gamma W)]\\&s.t.\ W=W_0[R_f+\boldsymbol{\alpha}'(\boldsymbol{R}-R_f\mathbf{1})]\\&\frac{1}{2}(\boldsymbol{\mu}-\hat{\boldsymbol{\mu}})'\Sigma^{-1}(\boldsymbol{\mu}-\hat{\boldsymbol{\mu}})\leqslant\eta\end{aligned}\tag{6}$$

(6)式中:γ为风险厌恶系数;η则刻画了投资者对不确定性的偏好,如果投资者面对的不确定性越大或者投资者越厌恶不确定性,则η越大。E^{μ}表示在风险资产收益率$\boldsymbol{R}$服从的正态分布的均值为$\boldsymbol{\mu}$下的期望。$\boldsymbol{\alpha}$为N维向量,是投资在N个风险资产上的权重,W_0为投资者期初财富,R_f为无风险利率。

Boyle 等(2012)基于 Uppal 和 Wang(2003)的模型解释了风险分散不足之谜。他们发现投资者会倾向于选择自己更为熟悉(不确定性较小)而风险可能较大的股票或资产。Boyle 等(2012)做了与 Uppal 和 Wang(2003)一样的假设,但是讨论了投资人对某个风险资产较为熟悉(不确定性较低),而对其他风险资产较为不熟悉的特殊情形。当资产收益率服从正态分布且相关系数都相等时,不确定性下投资者最优资产组合问题就简化为①:

$$\begin{aligned}&\max_{\boldsymbol{\alpha}}\min_{\boldsymbol{\mu}}\{\boldsymbol{\alpha}'\boldsymbol{\mu}-\frac{\gamma}{2}\boldsymbol{\alpha}'\Sigma\boldsymbol{\alpha}\}\\&\frac{(\mu_i-\hat{\mu}_i)^2}{\hat{\sigma}_i^2}\leqslant\eta_i,\ i=1,2,\cdots N\end{aligned}\tag{7}$$

(7)式中:$\hat{\mu}_i$为第i个资产的预期收益率的样本估计值,参数η_i刻画了决策者对第i个资产预期收益率的不确定性的厌恶程度,参数γ为风险厌恶系数,$\boldsymbol{\alpha}$为风险资产的权重向量。

Maenhout(2004)发现,对不确定性的顾虑会使得投资者减少风险资产的配比,从而可以解释风险溢价之谜,即市场上观测到的风险溢价显著高于仅有风险的模型中推出的风险溢价;Epstein 和 Schneider(2008)探讨了投资者如何通过收集市场信息,以降低不确定性而进行最优决策;Maccheroni 等(2013)发现不确定性的大小会对资产动态配置产生重要影响。

大部分关于不确定性下的投资组合理论假设,只存在关于预期收益率的不确定性,而没有关于波动率或者股票收益率相关性的不确定性。Anderson 等(2022)发现,关于预期收益率的不确定性只能定性解释投资者风险分散不足之谜,而不能解释美国上市家族企业主把超过 50%的家族财富投资于家族企业的决策。他们在静态最优资产组合模型中引入了关于波动率的不确定性,并且发现股票波动率的不确定性对于定量解释美国上市家族企业主集中投资的决策非常重要。Lin 等(2020)在动态最优组合模型中引入了关于股票收益率相关性的不确定性,并发现关于收益率相关性的不确定性对最优投资组合的影响巨大。

(三)不确定性下的资产定价研究

在仅有风险的传统金融研究框架中,资产定价研究的核心问题是市场上何种风险被定价,即股票和债券等金融资产的基本价值是由哪些重要因素决定的。而在传统金融理论的框架中引入不确定性,为研究资产定价提供了新的思路。

①当资产收益率服从正态分布时,目标函数(6)式与目标函数(7)式是等价的。

Uppal 和 Wang(2003)基于不确定性下的均值-方差分析,推出了不确定性下的两因子资产定价模型。他们发现,不同股票的预期收益率取决于其对市场风险和市场不确定性两个因子的暴露度。虽然有些股票的市场风险因子暴露相同,但是市场不确定性因子暴露差异较大,因此可以解释市场 β 异象,即市场风险因子暴露相同的股票其预期收益率却相差巨大。

Chen 和 Epstein(2002)在基于消费的资产定价模型中引入了不确定性,并发现均衡市场风险溢价不仅包括传统理论中的风险溢价而且包括不确定性溢价,且均衡无风险利率随投资者风险厌恶程度或不确定性厌恶程度的上升而下降。Epstein 和 Schneider(2008)在基于贝叶斯分析的资产定价模型中,引入了不确定性下的信息学习和更新,从而提高决策的精度。Ju 和 Miao(2012)利用数据模拟检验发现,对不确定性的厌恶会降低无风险利率并提高风险溢价,从而有助于解决 Weil(1989)提出的无风险利率之谜(Risk-Free Rate Puzzle)。

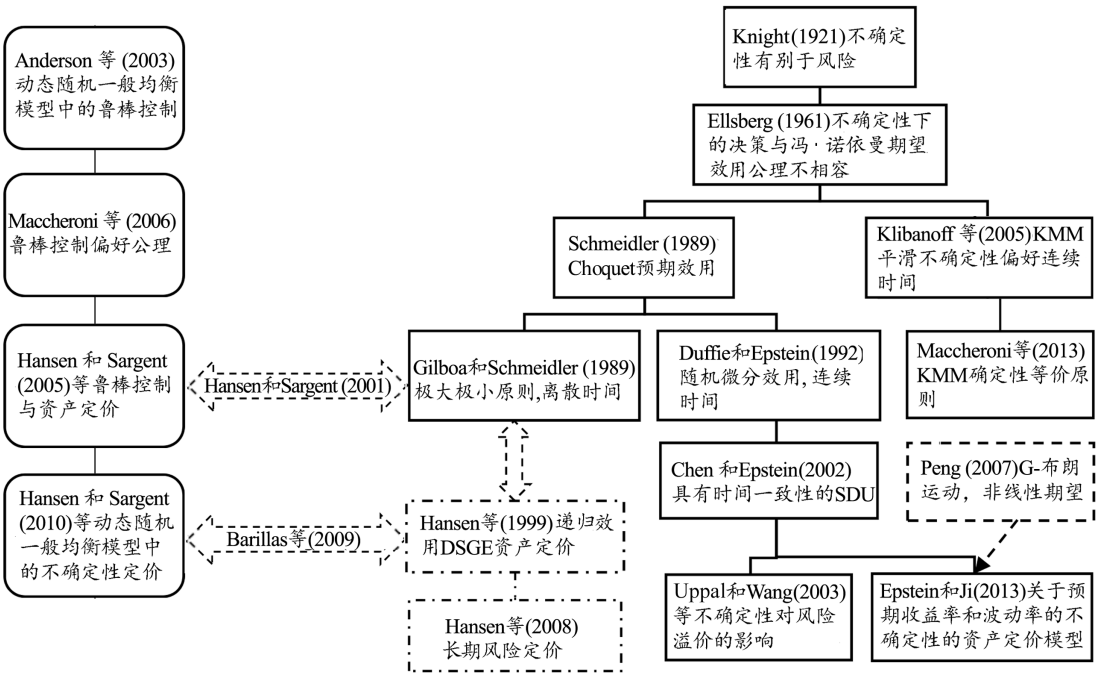
上述不确定性下资产定价的大部分研究都假设只有关于预期收益率的不确定性,而不考虑关于波动率的不确定性。通常认为,利用已实现的收益率数据对波动率的估计较为准确,而对于预期收益率的估计误差较大或更为不确定;而且在连续时间随机过程模型中,一旦引入关于波动率的不确定性,那么期望就不再是线性运算,而伊藤引理(Itô's Lemma)也不再成立。Peng(2007)提出了带有波动率不确定性的 G-布朗运动(G-Brownian Motion)和拓展伊藤引理,并建立了 G-布朗运动下的非线性期望,从而解决了在连续时间随机过程模型中引入关于波动率不确定性的技术难题。Epstein 和 Ji(2013)利用 Peng(2007)的理论得到了带有波动率不确定性的连续时间资产定价模型,并发现波动率不确定性对股票收益率有重要影响。

Anderson 等(2022)发现,关于预期收益率的不确定性虽然有助于定性解释美国上市家族企业主把财富集中投资于单个企业(家族企业)而不进行风险分散的决策,但是不能定量解释为什么这些企业主把 50%甚至是 80%的家族财富投资于家族企业的决策,而关于波动率的不确定性是定量解释这些家族企业投资决策的关键。Li 和 Zhu(2021)发现假设股票收益率服从一族波动率不确定但是预期收益率确定的正态分布,通过数值模拟的股票收益率呈现出与实际数据一致的明显的肥尾性。Li 和 Zhu(2021)以及 Anderson 等(2022)的研究结果说明,在研究不确定性下的投资决策和资产定价时,有必要考虑波动率的不确定性。

Hansen(2014)指出在宏观经济学和资产定价理论中考虑不确定性的重要性,并且区分了模型内的经济人和模型外的经济学家所面对的经济不确定性、模型不确定性、参数不确定性,并且论证了经济不确定性和政策不确定性对整个社会福利的负面影响。Barillas 等(2009)论证了考虑引入不确定性的极大极小化资产定价模型与 Hansen 等(1999)采用的离散时间递归效用函数(Recursive Utility)资产定价模型的等价性,并且证明了资产的长期风险价格与不确定性的定价在一定条件下是等价的,从而使得量化不确定性的经济影响成为可能①。

图 2 总结了不确定性下效用公理体系和资产定价理论的相关重要研究文献。

①Hansen 等(2008)给出了利用 VAR 模型,在递归效用下量化估计长期风险和长期风险价格的度量方法。



注:直角实线矩形方框是不确定性下的资产定价研究,圆角矩形方框是考虑稳健性或鲁棒性的资产定价研究,点划线矩形框是长期风险资产定价的研究,虚线框为相关数学基础研究,虚线箭头框代表其两端的研究模型被框内文献证明互为等价。

图 2　不确定性下效用公理体系与资产定价理论体系

(四)不确定性与股票市场定价效率

金融研究的一个重要问题是金融市场是否有效,即股票和债券等金融资产的价格是否能够即时有效地反映市场上所有关于企业的真实信息。在传统金融理论框架中引入不确定性为研究金融市场的定价效率提供了新的思路。

Fama(1970)指出关于市场有效性的检验其实是一个联合假设检验,即资产定价模型所推出的资产预期收益率与实际数据不一致,说明要么市场非有效,要么资产定价模型是错的,要么市场非有效且资产定价模型是错的。这一问题的复杂性在于预期收益率无法直接观测到,我们必须利用可以观察到已实现的收益率数据,估计收益率服从的概率分布从而得到预期收益率。

Easley 和 O'Hara(2010)研究了当市场上存在信息不对称时,股票不确定性与股票流动性和交易量的关系,并且发现当存在不确定性时,市场中的价格并不能及时有效地反映和传导信息。Kang 等(2019)发现信息不确定性越大的股票流动性越差、预期收益率越低,但流动性越差的股票预期收益率越高,这说明信息不确定性会对股票流动性的定价有干扰。他们提出在估计股票流动性时必须控制信息不确定性的影响。

Miller(1977)和 Merton(1987)都从理论上探讨了当市场上投资者存在异质信念或意见分歧时股票价格发现的机制。Miller(1977)指出当市场上存在卖空限制时,投资者意见分歧越大则股票价格的高估就越大,因而股票的预期收益率就越低;Merton(1987)指出当市场上不存在卖空限制时,投资者对信息不确定性越大的股票的估值就越保守,因而股票价格被低估更多,其预期收益率就越高。然而,Miller(1977)和 Merton(1987)都把投资者的异质信念

当作外生给定,并没有探讨投资者的异质信念与没有不确定性只有风险(概率分布唯一确定)的资产定价理论框架是否能够自洽。

投资者异质信念或意见分歧本质来自于股票的不确定性,股票收益率的概率分布差异性越大(即不确定性越大),投资者对其估值的意见分歧就越大。不确定性下的资产定价理论框架为实证检验 Miller(1977)和 Merton(1987)有关异质信念/意见分歧与价格发现机制的截然相反的假设提供了统一的理论基础。而之前有关异质信念/意见分歧与价格发现机制的实证分析大多没有建立在这个统一的理论框架之下,因而研究结果分歧很大。一方面,Hong 和 Stein(2003)发现卖空约束会显著地降低股价反映信息的速度,Doukas 等(2006)发现分析师意见分歧越大则股票的未来收益率越高,支持了 Merton(1987)的理论;另一方面,Diether 等(2009)发现卖空交易者们拥有更多与资产价值相关的信息,这些信息反映在了卖空交易量之中,从而有助于修正股票的定价误差,与 Miller(1977)的理论一致。

上述两极化的实证分析结果产生的一个潜在原因是卖空限制与关于股票价值的意见分歧的相互影响。因此,控制卖空限制的影响是研究股票市场价格发现机制和定价效率的关键所在。中国股票市场从 2010 年 3 月以来逐步放松卖空限制的政策,为研究不确定性对市场定价效率的影响提供了一个绝佳的试验田。利用这一政策变化检验卖空限制对市场定价效率和价格发现机制的影响。Li 等(2018)指出中国市场上由于融券成本远远高于融资成本,因此融资余额远远高于融券余额。他们提出可以利用融券余额占融资融券余额总和的比例度量卖空限制的强度,并发现这一比例对股票收益率有显著的预测能力。

但是,基于中国 A 股市场的有关卖空限制与市场定价效率的研究结果也存在较大分歧,其主要原因是大部分实证分析没有控制股票的不确定性,从而无法解决卖空限制与不确定性对股票价格影响的内在关联性。

Li 等(2024a)与 Li 和 Zhu(2024)分别利用不同的方法度量了股票的不确定性,均发现中国股票市场上股票的不确定性溢价为负,即不确定性越大的股票其预期收益率越低,并发现在 2010 年放开了融资融券限制之后,不确定性的负溢价不仅没有消失,而且还有所增加,这说明融资融券交易制度的推出未能显著提高证券市场的定价效率,而其中的主要原因是卖空隐性成本相对太高,在融资融券交易制度推出之后,融券相对成本不降反升。

三、不确定性的度量

不确定性下的资产定价和投资决策理论研究的成果丰硕,但是相关实证研究却相对落后于理论的发展,这是由于不确定性的本质是结果未知且概率分布未知。我们不仅无法从实际数据中直接观测得到,也难以利用实际数据进行估计。

Ma 等(2024)严格证明了在奈特不确定性的框架下,并不存在完全客观独立于投资者偏好的不确定性度量。尽管如此,在奈特不确定性的框架下,找到能够刻画不同风险资产的风险和不确定性的统计指标,对于实证分析研究还是非常重要和必要的。这就类似于在仅有风险的传统金融分析框架下,虽不存在完全客观独立于投资者偏好的风险度量,但标准差或波动率仍然是被广泛采用的度量风险的指标。

从 Knight(1921)提出应区分风险和不确定性以来,如何利用可观测到的实际数据度量不确定性,并区分概率分布确定的风险和概率分布未知的不确定性,是定量分析不确定性对经济决策和资产定价影响的难点。在缺少相应的统计理论基础和足够的数据时,大部分关

于不确定性下投资决策和资产定价的实证分析研究,或基于实验数据,或采用与不确定性相关的代理变量来间接度量不确定性,直接利用金融市场上的实际投资和资产收益率的数据度量不确定性的研究则屈指可数。另一方面,金融市场的定价效率与市场中信息不确定性、信息不对称性以及卖空限制等市场约束密切相关,因此有关金融市场定价效率的研究不可避免地需要对风险和不确定性进行度量。

20 世纪 80 年代之前的宏观经济研究重点是经济增长问题,大多数研究的是确定的系统,没有风险,更没有不确定性。随着金融市场的发展,经济波动受到的关注日益增加。特别是"风险溢价之谜"的提出开启了实体经济与金融市场关系的研究。随后,不确定性被引入宏观经济金融的研究,动态随机一般均衡模型成为宏观金融研究的基本框架,但是这些研究中的"不确定性"其实是概率唯一确定的风险,而不是概率分布未知的不确定性。

Hansen 和 Sargent(2005)等系列文章是少数在宏观经济理论研究中考虑(奈特)不确定性的先驱,他们系统探讨了在动态随机一般均衡理论框架中,稳健性偏好对宏观审慎货币政策和资产定价的影响。这一系列文章系统区分了模型不确定性、参数不确定性以及经济基本面不确定性对经济决策和资产定价的影响。

在奈特不确定性的框架下,直接度量宏观经济变量的不确定性基本上是不可能完成的任务,主要原因是数据的局限性。宏观经济变量数据大多是低频数据,如季度数据,有些甚至只有年度数据,最多也只能拿到月度数据。基于这样低频的数据,要想获得足够的数据来估计不确定性,只能使用尽可能长时间的数据。但是,宏观经济环境和经济政策是在不断变化的,三十年内的数据很有可能不满足平稳性假设,即随机变量服从的概率分布在数据估计期是不变的,所以即使有足够长的时间序列数据也无法用于估计。

因此,在宏观经济领域内与不确定性相关的实证研究中,常见的不确定性指标其实是相对于没有随机性的确定模型而言的。也就是说,宏观经济研究中的"不确定性"往往是指风险而不是奈特不确定性,是在假设概率分布确定唯一的前提下,利用波动率或者具有时变性的波动率来刻画"不确定性"。

近些年来,得益于计算机处理大数据能力的不断增强和金融市场高频数据的不断累积,经济金融学者关于度量奈特不确定性的研究取得了长足进步。本节首先总结梳理了仅有风险的经济金融分析框架下宏观经济不确定性和微观不确定性的度量方法,然后给出了在具有奈特不确定性的框架下度量不确定性的最新进展。

(一)仅有风险的框架下的不确定性度量

1.基于宏观经济变量的度量

Schwert(1989)提出用宏观变量[①]预测残差项的绝对值来度量该变量的不确定性,Bloom(2009)利用宏观经济变量的波动率随时间变化的模型,提出以具有时变性的方差来刻画经济不确定性。Jurado 等(2015)提出利用美国经济中超过 200 个宏观经济变量的大数据,通过建立动态估计模型,获取这些经济变量中不可预测的误差,并把预测误差的条件波动率定义为经济不确定性指数。黄卓等(2018)采用该方法,利用 200 多个中国宏观经济指标和金融市场指标,构造了中国的宏观经济不确定性与金融市场不确定性指标。

Bali 和 Zhou(2016)利用方差风险溢价(Variance Risk Premium)来作为经济不确定性的

①使用生产者物价指数(PPI)增长率的波动率作为宏观经济不确定性的度量。

代理变量,其中方差风险溢价是指在风险中性概率下的收益率的预期方差与客观概率下的预期方差之差,他们发现这一指标能较好地解释股票组合预期收益率的差异。Bekaert 等(2013)则提出利用股票的隐含波动率作为度量股票不确定性的指标,而股票的隐含波动率,如芝加哥期权交易所波动率指数(CBOE Volatility Index,VIX)是利用股票上的看涨期权及看跌期权数据计算得到的。

但是以上所有的指标都是在仅有风险的框架下进行构造的,即并不是直接对概率分布未知的奈特不确定性的度量,而是对风险的度量。

2.基于报刊文章和网络搜索中相关词频的度量

Baker 等(2016)提出基于报刊文章中"经济""政策""不确定性"相关词语出现的频率,利用文本分析构造经济不确定性指标。国内有关经济不确定性的研究绝大多数使用的是 Baker 等(2016)或 Huang 和 Luk(2020)构造的中国经济不确定性指标,其中 Baker 等(2016)使用的是中国香港地区的英文报纸《南华早报》,而 Huang 和 Luk(2020)构造的指标则基于10份中国发行的中文报纸。Donadelli(2015)和舒海兵等(2024)构造了与"经济""政策""不确定性"相关的词库,分别利用谷歌和百度对库中词语的搜索指数来度量经济不确定性。

这一类指标其实是用报刊文章或者网络搜索中相关词语出现的频率来刻画经济市场中投资者对于经济不确定性的关注度,并不是基于实际宏观经济指标数据,这类指标与奈特不确定性框架下的经济不确定性尚未建立直接的理论关联。

3.基于低频股票收益率数据的度量

Bali 等(2017)提出利用 Jurado 等(2015)构造的经济不确定性指数与股票收益率的相关性(不确定性β)来度量个股的不确定性。他们基于美国股票市场数据的实证检验发现,不确定性β越大的股票的预期收益率越低,从而说明经济不确定性是股票市场中的一个重要的定价因子。Li 等(2024b)则发现在中国股票市场上,股票的不确定性β的绝对值越大,则其预期收益率越低。他们提出这是由于不确定性在股票市场上的定价受到卖空限制的影响,与经济不确定性相关性越大(无论正负)的股票,投资者对其收益率的概率分布的意见分歧越大,因此受到卖空限制的影响越大,股票价值越容易被高估,从而预期收益率越低。他们也指出不确定性β的绝对值实际上刻画了股票特质波动率中与宏观经济不确定性相关的部分,因此股票特质波动率之谜,即特质波动率越大的股票其预期收益率越低的现象在一定程度上是由于市场上的卖空限制对股票价格的扭曲所导致的。

由此可见,基于股票低频数据构造的不确定性指标虽然与股票的奈特不确定性有一定的相关性,但是这些代理指标均与股票的风险相关性较大,因此无法利用这些指标来研究风险和不确定性在股票市场上的定价是否存在差异。

(二)奈特不确定性框架下的不确定性度量

在考虑奈特不确定性的框架下,资产定价实证分析研究的主要挑战是如何度量个股不确定性。现有相关研究大多采用基于市场上有关股票收益率的异质信念或意见分歧的指标作为不确定性的代理变量,例如股票收益率的特质波动率(Kang et al., 2019)、峰度(Anderson et al., 2022)、企业财务数据差异、分析师预测误差、分析师意见分歧、机构投资者占比(Zhang, 2006)等。虽然投资者对股票价值的意见分歧一般而言会随着股票不确定性的增加而增加,但是衡量投资者对股票估值的意见分歧也同时受到市场约束(如卖空限制)、杠杆率、市场情绪、公司商业活动周期异质性、对系统风险暴露的异质性以及分析师主观意

见等因素的影响。这些代理变量不仅噪音大,而且与股票的风险密切相关。因此,使用这些变量无法有效区分风险和不确定性,也不能解决市场定价效率检验中的内生性问题。

21 世纪以来,高频数据的出现和计算机算力的提高推动了不确定性度量的研究进展。Izhakian(2017)首先提出在奈特不确定性的框架下,可以利用股票日间高频交易数据构造不确定性指数。具体而言,假设股票对数收益率r_t服从一族正态分布,即:$r_t=\mu+\sigma\varepsilon_t$,其中$\varepsilon_t$服从标准正态分布,而$(\mu,\sigma)$是股票收益率的均值和标准差,但其不是唯一的,而是集合 Δ 中的任意值,因此收益率r_t的概率密度函数集合为:

$$\left\{\varphi_r(x;\mu,\sigma)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right):(\mu,\sigma)\in\Delta\right\} \tag{8}$$

假设$\mathscr{P}$是 Δ 上所有概率分布的集合,那么对于$\mathscr{P}$中任何一个概率 P,收益率r_t的期望概率分布函数为:

$$\varphi_r(x;P)=\int_{\Delta}\varphi_r(x;\mu,\sigma)dP(\mu,\sigma) \tag{9}$$

进一步假设ξ是集合$\mathscr{P}$上的均匀分布,那么股票收益率所服从的一族正态分布函数的期望和方差定义如下:

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}[\varphi_r(x)]=\int_{\mathscr{P}}\varphi_r(x;P)d\xi(P)\\&\mathbb{V}\mathrm{ar}[\varphi_r(x)]=\int_{\mathscr{P}}(\varphi_r(x;P)-\mathbb{E}[\varphi_r(x)])^2d\xi(P)\end{aligned} \tag{10}$$

(10)式中:$\mathbb{E}[\cdot]$和$\mathbb{V}\mathrm{ar}[\cdot]$分别表示概率分布函数的期望和方差。

Izhakian(2017)提出的不确定性度量为这一族正态分布函数的方差的期望值,即:

$$\Psi^2(r)=\int_{-\infty}^{+\infty}\mathbb{E}[\varphi_r(x)]\,\mathbb{V}\mathrm{ar}[\varphi_r(x)]dx \tag{11}$$

Izhakian(2017)论证了这一不确定性度量不同于风险(波动率),也有别于股票收益率的偏度、峰度、均值的方差或者方差的方差。

Brenner 和 Izhakian(2018)提出了利用股票日间收益率估计$\Psi^2(r)$的方法。首先,利用每个交易日内的 5 分钟股票收益率数据估计交易日 d 股票收益率的均值和标准差(μ_d,σ_d),然后,利用离散化后的正态概率分布函数的均值和方差来分别估计$\hat{\mathbb{E}}[\varphi_r(x)]$和$\widehat{\mathbb{V}\mathrm{ar}}[\varphi_r(x)]$,进而得到股票的不确定性估计$\hat{\Psi}^2(r)$:

$$\hat{\Psi}^2(r)=\frac{1}{w(1-w)}\sum_{i=0}^{60}\hat{\mathbb{E}}[\varphi(x_i)]\widehat{\mathbb{V}\mathrm{ar}}[\varphi(x_i)] \tag{12}$$

(12)式中:x_i为把区间$[-6\%,\ 6\%]$等分为宽度为 w 的等分点。

Brenner 和 Izhakian(2018)估计了标普 500 指数的不确定性,并且发现市场对风险(股票收益率的标准差)和不确定性的定价是不同的,而且投资者对风险的态度和对不确定性的态度也是不同的。投资者厌恶预期为正的收益率的不确定性,但偏好预期为负的收益率的不确定性,因此不确定性溢价在不同市场中可能为正也可能为负。Li 和 Zhu(2024)采用 Brenner 和 Izhakian(2018)的方法,利用中国 A 股市场的个股日间交易数据构造了个股月度不确定性指标。根据中国股票市场存在午间休市和 10%涨跌停板的特点,对该指标的具体构造方式进行了相应修正,并发现股票指数的不确定性有别于股指成分股的不确定性的均

值,以及股票的不确定性有别于股票的风险。

Ma 等(2024)论证了在股票收益率服从一族正态分布假设下,股票收益率的一阶矩、二阶矩、四阶矩和六阶矩可以完全刻画风险和不确定性,并证明了 Izhakian(2017)提出的不确定性度量不具有一致性,即该不确定性度量会随着股票收益率可能服从的正态分布数目 n 的增加而减小,并且当 n 趋近于无穷大时,则不确定性最终趋向于零。如果集合 Δ 为有限可数集,即 $\Delta=\{(\mu_d,\sigma_d)\}_{d=1}^{n}$,则:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}_n[\varphi(x)] &= \frac{1}{n}\sum_{d=1}^{n}\varphi(x;\mu_d,\sigma_d)\\ \mathbb{V}\mathrm{ar}_n[\varphi(x)] &= \frac{1}{n(n+1)}\sum_{d=1}^{n}(\varphi(x;\mu_d,\sigma_d)-\mathbb{E}[\varphi(x)])^2\end{aligned} \tag{13}$$

Ma 等(2024)提出具有一致性的不确定性度量应为:

$$\Psi_n^2(r)=(n+1)\int_{-\infty}^{+\infty}\mathbb{E}_n[\varphi_r(x)]\,\mathbb{V}ar_n[\varphi_r(x)]dx \tag{14}$$

他们进一步证明了当 n 趋近于无穷大时,$\Psi_n^2(r)$ 趋近于 $\Psi^2(r)$,并且给出了基于日间股票收益率的均值和方差直接计算股票不确定性的方法(MLQ 方法)。Li 等(2024)利用 MLQ 方法计算了美国标普 500 股票和中国沪深 300 指数及其成分股的不确定性,发现股票的不确定性与风险负相关而不是正相关,且存在非线性关系。

综上所述,Ma 等(2024)提出的利用股票高频数据构造股票不确定性的方法,是基于奈特不确定性的框架,修正并简化了 Izhakian(2017)与 Brenner 和 Izhakian(2018)的算法。这一基于日度或日内收益率的股票不确定性度量,与股票风险负相关,有效地刻画了与风险截然不同的股票收益率的特性,为不确定性下的投资决策和资产定价的实证分析提供了坚实基础。

四、结论

2008 年全球金融危机爆发以来,越来越多的政策制定者、金融从业者和学者意识到考虑金融市场上巨大不确定性的重要性。但是大多数的研究仍然沿用传统的经济金融风险分析框架,即仅存在概率分布唯一确定的风险而不存在概率分布未知的奈特不确定性。自从 Knight(1921)提出风险与不确定性必须区别对待以来,包括 Ellsberg(1961)在内的越来越多的研究发现,面对不确定性的经济政策及投资决策,与仅面对风险的经济政策和投资决策有很大的区别。同时,随着计算机处理大数据的能力不断增强,金融市场数据不断累积,对经济不确定性和金融市场不确定性的度量取得了突破性进展,使得与不确定性相关的实证研究成为可能。

本文首先梳理了不确定性下的投资决策和资产定价理论,并且整理了与不确定性相关的金融市场实证分析的主要研究成果。传统资产定价模型的基本假设是只有风险而没有不确定性,因此在传统资产定价模型中引入不确定性,并探讨仅有风险框架下的金融市场中各种异象是否仍然存在,对于理解在充满不确定性的经济环境中,决定金融资产价格的主要因素,影响金融市场有效性的因素,进而探讨金融市场如何有效地配置资源至关重要。

本文接着总结分析了度量不确定性的难点和挑战,重点介绍了不确定性度量的最新研究进展,特别是在奈特不确定性框架下基于股票高频交易数据的股票不确定性度量方法,为学者和业界利用经济和金融市场中的实际数据,量化分析金融市场中的资产价格、投资决策

以及市场有效性提供了重要参考和借鉴。

不确定性下的投资决策和资产定价研究,为投资者和企业经营者在面对经济不确定性时的最优投资决策,提供了理论基础和基于实际数据分析的决策依据,具有重要的实际应用前景;相关的研究成果也为金融市场监管政策和货币政策的制定,提供了理论依据和基于实际数据量化分析的建议,具有重要政策意义。

现代经济社会需要强大的金融市场进行有效的资源配置,这是因为我们无时无刻不得不面对无所不在的不确定性和风险,因而出资方和用资方之间存在着巨大的信息不对称。然而,金融市场能否高效地配置资源,取决于金融市场中的资产价格能否及时有效地反映市场中的所有信息,即金融市场是否有效。因此,研究不确定性下的投资决策和资产定价,通过实证分析,量化不确定性对投资决策的影响,以及不确定性下市场交易规则和机制设计对金融市场有效性的影响,对于理解金融市场的运行规律,从而更好地发挥金融市场的资源配置功能具有重要意义。近些年来,信息科技的发展使得研究者可以利用股票市场高频数据,在具有奈特不确定性的理论框架下,直接度量股票的不确定性,这对于研究金融市场的有效性和健康发展具有重要意义。

参考文献:

1.黄卓、邱晗、沈艳、童晨,2018:《测量中国的金融不确定性——基于大数据的方法》,《金融研究》第 11 期。

2.舒海兵、孟辰、陈毓琳、李楠,2024:《基于百度搜索指数的中国经济不确定性指标》,《金融经济学研究》第 4 期。

3.Anderson, E. W., L. P. Hansen, and T. J. Sargent. 2003. "A Quartet of Semigroups for Model Specification, Robustness, Prices of Risk, and Model Detection." *Journal of the European Economic Association* 1(1): 68-123.

4.Anderson, R. C., N. Li, D. M. Reeb, and M. Karim. 2022. "The Family Firm Ownership Puzzle." *Review of Corporate Finance* 2(4): 679-720.

5.Baker, S. R., N. Bloom, and S. J. Davis. 2016. "Measuring Economic Policy Uncertainty." *Quarterly Journal of Economics* 131(4): 1593-1636.

6.Bali, T. G., and H. Zhou. 2016. "Risk, Uncertainty, and Expected Returns." *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 51(3): 707-735.

7.Bali, T. G., S. J. Brown, and Y. Tang. 2017. "Is Economic Uncertainty Priced in the Cross-Section of Stock Returns?" *Journal of Financial Economics* 126(3): 471-489.

8.Barillas, F., L. P. Hansen, and T. J. Sargent. 2009. "Doubts or Variability?" *Journal of Economic Theory* 144(6): 2388-2418.

9.Bekaert, G., M. Hoerova, and M. L. Duca. 2013. "Risk, Uncertainty and Monetary Policy." *Journal of Monetary Economics* 60(7): 771-788.

10.Bloom, N. 2009. "The Impact of Uncertainty Shocks." *Econometrica* 77(3): 623-685.

11.Boyle, P., L. Garlappi, R. Uppal, and T. Wang. 2012. "Keynes Meets Markowitz: The Trade-Off between Familiarity and Diversification." *Management Science* 58(2): 253-272.

12. Brenner, M., and Y. Izhakian. 2018. "Asset Pricing and Ambiguity: Empirical Evidence." *Journal of Financial Economics* 130(3): 503-531.

13.Chen, Z., and L. Epstein. 2002. "Ambiguity, Risk, and Asset Returns in Continuous Time." *Econometrica* 70(4): 1403-1443.

14.Diether, K. B., K. Lee, and I. M. Werner. 2009. "Short-Sale Strategies and Return Predictability." *Review of Financial Studies* 22(2): 575-607.

15.Donadelli, M. 2015. "Google Search - Based Metrics, Policy - Related Uncertainty and Macroeconomic Conditions." *Applied Economic Letters* 22(10): 801-807.

16.Doukas, J. A., C. F. Kim, and C. Pantzalis. 2006. "Divergence of Opinion and Equity Returns." *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 41(3): 573-606.

17.Duffie, D., and L. G. Epstein. 1992. "Stochastic Differential Utility." *Econometrica* 60(2): 353-394.

18. Easley, D., and M. O'Hara. 2010. "Liquidity and Valuation in an Uncertain World." *Journal of Financial Economics* 97(1): 1-11.
19. Ellsberg, D. 1961. "Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms." *Quarterly Journal of Economics* 75(4): 643-669.
20. Epstein, L. G., and S. Ji. 2013. "Ambiguous Volatility and Asset Pricing in Continuous Time." *Review of Financial Studies* 26(7): 1740-1786.
21. Epstein, L. G., and M. Schneider. 2008. "Ambiguity, Information Quality, and Asset Pricing." *Journal of Finance* 63(1): 197-228.
22. Fama, E. F. 1970. "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work." *Journal of Finance* 25(2): 383-417.
23. Gilboa, I., and D. Schmeidler. 1989. "Maxmin Expected Utility with Non-Unique Prior." *Journal of Mathematical Economics* 18(2): 141-153.
24. Hansen, L. P. 2007. "Beliefs, Doubts and Learning: Valuing Macroeconomic Risk." *American Economic Review* 97(2): 1-30.
25. Hansen, L. P. 2014. "Uncertainty Outside and Inside Economic Models." *Journal of Political Economy* 122(5): 945-987.
26. Hansen, L. P., J. C. Heaton, and N. Li. 2008. "Consumption Strikes Back? Measuring Long-Run Risk." *Journal of Political Economy* 116(2): 260-302.
27. Hansen, L. P., and T. J. Sargent. 2001. "Robust Control and Model Uncertainty." *American Economic Review* 91(2): 60-66.
28. Hansen, L. P., and T. J. Sargent. 2005. "Robust Estimation and Control under Commitment." *Journal of Economic Theory* 124(2): 258-301.
29. Hansen, L. P., and T. J. Sargent. 2010. "Fragile Beliefs and the Price of Uncertainty." *Quantitative Economics* 1(1): 129-162.
30. Hansen, L. P., T. J. Sargent, and T. D. Tallarini. 1999. "Robust Permanent Income and Pricing." *Review of Economic Studies* 66(4): 873-907.
31. Hayek, F. A. 1937. "Economics and Knowledge." *Economica* 4(13): 33-54.
32. Hong, H., and J. C. Stein. 2003. "Differences of Opinion, Short-Sales Constraints, and Market Crashes." *Review of Financial Studies* 16(2): 487-525.
33. Huang, Y., and P. Luk. 2020. "Measuring Economic Policy Uncertainty in China." *China Economic Review* 59, 101367.
34. Izhakian, Y. 2017. "Expected Utility with Uncertain Probabilities Theory." *Journal of Mathematical Economics* 69: 91-103.
35. Ju, N., and J. Miao. 2012. "Ambiguity, Learning, and Asset Returns." *Econometrica* 80(2): 559-591.
36. Jurado, K., S. C. Ludvigson, and S. Ng. 2015. "Measuring Uncertainty." *American Economic Review* 105(3): 1177-1216.
37. Kang, W., N. Li, and H. Zhang. 2019. "Information Uncertainty and the Pricing of Liquidity." *Journal of Empirical Finance* 54: 77-96.
38. Keynes, J. M. 1978. *The Collected Writings of John Maynard Keynes*. Cambridge: Cambridge University Press.
39. Klibanoff, P., M. Marinacci, and S. Mukerji. 2005. "A Smooth Model of Decision Making under Ambiguity." *Econometrica* 73(6): 1849-1892.
40. Knight, F. H. 1921. *Risk, Uncertainty and Profit*. Boston: Houghton Mifflin.
41. Li, N., X. Qin, and K. Wang. 2024a. "Nonlinear Relationship between Risk and Uncertainty." Shanghai Jiao Tong University, Working Paper.https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm? abstract_id=5006868.
42. Li, N., S. Xing, Y. Huang, and L. Chien. 2024b. "Uncertainty Premium and Asymmetry of Margin-Trading and Short-Selling in China's A-Share Market." Shanghai Jiao Tong University, Working Paper. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm? abstract_id=4644674.
43. Li, N., and Y. Zhu. 2021. "The Impact of COVID-19 on Stock Market in China." *Frontiers of Economics in China* 16(4): 714-743.
44. Li, N., and Y. Zhu. 2024. "The Pricing of Stock Ambiguity and Short-Sale Constraints." Shanghai Jiao Tong University, Working Paper.https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm? abstract_id=4039026.
45. Li, R., N. Li, J. Li, and C. Wu. 2018. "Short Selling, Margin Buying and Stock Return in China Market." *Accounting and Finance* 58(2): 477-501.

46.Lin, Q., X. Sun, and C. Zhou. 2020. "Horizon-Unbiased Investment with Ambiguity." *Journal of Economic Dynamics and Control* 114, 103896.
47.Ma, C., N. Li, and X. Qin. 2024. "Disentangling the Measurement of Risk and Uncertainty." Shanghai Jiao Tong University, Working Paper. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm? abstract_id=4876371.
48.Maccheroni, F., M. Marinacci, and A. Rustichini. 2006. "Ambiguity Aversion, Robustness, and the Variational Representation of Preferences." *Econometrica* 74(6): 1447-1498.
49.Maccheroni, F., M. Marinacci, and D. Ruffino. 2013. "Alpha as Ambiguity: Robust Mean-Variance Portfolio Analysis." *Econometrica* 81(3): 1075-1113.
50.Maenhout, P. J. 2004. "Robust Portfolio Rules and Asset Pricing." *Review of Financial Studies* 17(4): 951-983.
51.Markowitz, H. 1952. "Portfolio Selection." *Journal of Finance* 7(1): 71-91.
52.Mehra, R., and E. C. Prescott. 1985. "The Equity Premium: A Puzzle." *Journal of Monetary Economics* 15(2): 145-161.
53.Merton, R. C. 1987. "A Simple Model of Capital Market Equilibrium with Incomplete Information." *Journal of Finance* 42(3): 483-510.
54.Miller, E. M. 1977. "Risk, Uncertainty, and Divergence of Opinion." *Journal of Finance* 32(4): 1151-1168.
55.Peng, S. 2007. "G-Expectation, G-Brownian Motion and Related Stochastic Calculus of Itô Type." In *Stochastic Analysis and Applications: The Abel Symposium* 2005, Vol. 2. Edited by F. E. Benth, G. D. Nunno, T. Lindstrøm, B. Øksendal, and T. Zhang, 541-567. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
56.Schmeidler, D. 1989. "Subjective Probability and Expected Utility without Additivity." *Econometrica* 57(3): 571-587.
57.Schwert, G. W. 1989. "Why Does Stock Market Volatility Change over Time?" *Journal of Finance* 44(5): 1115-1153.
58.Uppal, R., and T. Wang. 2003. "Model Misspecification and Underdiversification." *Journal of Finance* 58(6): 2465-2486.
59.Weil, P. 1989. "The Equity Premium Puzzle and the Risk-Free Rate Puzzle." *Journal of Monetary Economics* 24(3): 401-421.
60.Zhang, X. F. 2006. "Information Uncertainty and Stock Returns." *Journal of Finance* 61(1): 105-137.

A Literature Review of Investment Decision and Asset Pricing under Uncertainty

Li Nan[1], Xing Shuai[2], and Zhu Yuhong[3]
(1: Shanghai Advanced Institute of Finance, Shanghai Jiao Tong University;
2: Antai College of Economics and Management, Shanghai Jiao Tong University;
3: School of Economics, Singapore Management University)

Abstract: With increasing global geopolitical and economic uncertainty, the impact of uncertainty on economic activity and financial markets has attracted significant attention. This paper systematically reviews the literature on investment decisions and asset pricing under uncertainty. Although Frank Knight emphasized over a century ago that risk and uncertainty should be treated in fundamentally different ways, the difficulty of measuring uncertainty has led empirical studies to primarily focus on risks, rather than uncertainty, despite substantial theoretical advancements in this area. With the advent of high-frequency data and improved computational power, research on measuring uncertainty has made groundbreaking progress. This paper compares various methods for measuring uncertainty using actual data from economic and financial markets, analyzing the differences and applicability of these methods. This comparison helps scholars select appropriate measurement approaches to study the impact of uncertainty on economic activity and financial markets, as well as the efficiency of financial markets.

Keywords: Knightian Uncertainty, Asset Pricing, Investment Decision, Measuring Uncertainty
JEL Classification: G12, G11, G10

(责任编辑:彭爽)