

基于风险溢出关联特征的 CoVaR 计算方法有效性比较及应用

王周伟 吕思聪 茆训诚*

摘要：条件风险价值(CoVaR)能够很好地度量风险溢出效应,是度量系统性风险的有效指标之一。计算 CoVaR 有多种方法,其原理不尽相同,需要合理选用方能有效评估系统性风险。分位数回归法、Copula 函数法以及 DCC - GARCH 模型是比较典型的三种方法。本文以风险溢出关联特征为视角,从计算原理、优缺点与适用场合三个方面,对这三种计算方法做了理论比较研究。然后,分别测算了中国银行业的 CoVaR,并做了有效性假设检验与比较。理论与实证研究结果均表明,对于计算 CoVaR,与分位数回归法相比较,Copula 函数法与 DCC - GARCH 模型更加有效,能够更好地评估银行业与金融体系之间的风险溢出效应。

关键词：CoVaR 分位数回归 Copula 函数 DCC - GARCH 模型

一、引言

2008年前后的美国金融危机使得防范系统性风险再次得到各国监管部门的重视。许多学者从整个金融体系网络或系统性重要机构等方面研究系统性风险,而不再局限于单个金融机构,认为系统性风险具有不稳定性、传染性以及负外部性更大等特征,会对实体经济以及整个社会产生很大的破坏性影响(IMF, 2009; Billi, et al., 2011; Adrian and Brunermeier, 2010; 等等)。为了降低系统性风险再次引发危机的可能性,需要合理监控与管理系统性风险。于是,国内外学者们先后探索性地提出了许多新的系统性风险度量指标与计算方法,其中条件风险价值(CoVaR)指标一提出就引起了广泛关注。许多学者尝试运用不同的方法计算 CoVaR,但是何种计算方法能够比较有效地度量系统性风险,从现有国内外文献看还没有给出确定的回答,需要进一步探讨。因此,本文将从计算原理、优缺点与适用场合三个方面,对分位数回归

*王周伟,上海师范大学商学院,邮政编码:200234,电子信箱:wangzhouw@163.com;吕思聪,上海师范大学商学院,邮政编码:200234,电子信箱:15121008435@163.com;茆训诚,上海师范大学商学院,邮政编码:200234,电子信箱:maoxuncheng@163.com。

本文的研究得到国家自然科学基金项目“限额与交易机制下多特性质量设计与优化研究”(项目编号:71371126)、教育部人文社科研究项目“中国宏观审慎货币政策的调控机制研究”(项目编号:11YJA790107)、教育部人文社科研究项目“通货膨胀惯性、金融市场摩擦与结构性冲击——债务危机下 DSGE 模型的扩展与应用研究”(项目编号:12YJC790020)、上海市教委重点课题“综合风险网络传染的系统性风险评估与分析框架研究”(项目编号:12ZS125)、上海师范大学研究生优秀成果(学位论文)培育项目“基于溢出效应分析中国银行业的系统性风险”(项目编号:B-6001-12-103112)的资助。非常感谢匿名审稿人提出的建设性意见,也非常感谢编辑部的老师们对本文的指导与编辑工作,文责自负。

法、Copula 函数法以及 DCC - GARCH 模型这三种计算方法做一般性的理论比较研究。然后,结合系统性风险的特征及其传导机制,用三种方法实证计算了中国商业银行对整个金融体系的风险溢出效应,并对度量中国商业银行系统性风险时的相对有效性进行检验与比较。

二、文献综述

Adrian 和 Brunnermeier(2009)首次提出条件风险价值(CoVaR)的概念,用于度量当某家机构陷入危机时(损失为其 VaR 值时)金融系统的风险价值,并采用线性的分位数回归方法估计 CoVaR。在此基础上,国外许多学者尝试利用不同的方法计算 CoVaR,用于测算某机构的系统性风险贡献程度以及不同市场之间的风险溢出效应。如 Girardi 等(2012)认为发生在尾部的更为严重的风险以及金融机构之间的时变风险相依关系,容易导致系统性风险的爆发,因此运用 DCC - GARCH 模型计算在金融机构损失至少为其 VaR 时的 CoVaR 值。Hakwa(2011)在收益率为正态分布的假定下,考虑到金融系统中不同机构之间的非线性关系,运用 Copula 函数来估计 CoVaR。在国内学者中,高国华和潘英丽(2011)选用单变量 GARCH 模型计算 CoVaR,对我国上市银行的系统性风险贡献程度进行度量。

在此基础上,学者们开始利用 ΔCoVaR 测算不同市场间的风险溢出程度。如谢福座(2010)、李志辉和樊莉(2011)、肖璞等(2012)、杨有振和王书华(2013)、郭卫东(2013)等采用分位数回归的方法估计 CoVaR,考察了溢出效应对系统性风险的影响;刘晓星等(2011)建立 EVT - Copula - CoVaR 模型,研究了美国股票市场的风险溢出效应;王永巧和胡浩(2012)以动态参数 Copula 模型描述金融市场之间的风险相依关系,用 ΔCoVaR 度量了极端风险溢出程度。结果显示,基于时变参数 Copula 的 ΔCoVaR 度量方法能同时反映出风险的时变波动性与时变相依性,能够更加准确地度量危机时的极端风险溢出。

综合国内外文献可以发现,CoVaR 模型能够综合考虑机构之间的风险溢出作用,有效地刻画机构的系统性风险贡献程度,是度量系统性风险的有效指标之一;已有文献分别涉及到三种计算 CoVaR 的不同方法:分位数回归法、Copula 函数法以及 GARCH 模型的方法,其中,分位数回归方法使用的较多,但我们还无法确定这是一种最有效的方法,因为还没有结合系统性金融风险的形成原理,对三种计算方法的有效性进行统一的理论与实证比较。

三、风险溢出关联特征与 CoVaR 计算方法有效性的理论比较研究

(一) CoVaR 及其风险贡献度指标的含义

某机构的条件风险价值(CoVaR)是当该机构处于财务困境条件下所有其他机构的 VaR 值。它是基于机构之间的风险溢出关联关系,描述了当某一机构处于财务困境时,自身风险通过不同渠道不断传染、扩散,最终使整个金融体系承担的风险程度。这种风险程度已经完全体现在机构股价的变动中。在既定的持有期内置信水平为 $1 - q$ 时, $VaR_{q,t}^i$ 定义为:

$$\Pr(X_t^i \leq VaR_{q,t}^i) = q \quad (1)$$

其中 X_t^i 表示 t 时刻机构 i 的收益率变量;一般情况下 $VaR_{q,t}^i$ 为负数。类似地,如果定义 $CoVaR_{q,t}^{ji}$ 为在 t 时刻机构 i 发生事件 $C(X^i)$ 的条件下机构 j 在既定的持有期内置信水平为 $1 - q$ 时的 VaR 值,则其定义式为:

$$\Pr(X_t^j \leq CoVaR_{q,t}^{ji} | C(X^i)) = q \quad (2)$$

如果定义单一金融机构 i 对于机构 j 或整个金融体系的风险贡献程度为该机构处于财务困境与中间收益状态下机构 j 或整个金融体系的风险价值之差,则在 t 时刻置信水平为 $1 - q$ 时机构 i 对机构 j 或整个金融体系的风险贡献程度为:

$$\Delta CoVaR_{q,t}^{j|i} = CoVaR_{q,t}^{j|C(X^i)} - CoVaR_{q,t}^{j|X^i = Median^i} \quad (3)$$

一般我们比较关注事件 $\{X^i = VaR_{q,t}^i\}$, 因此 $CoVaR_{q,t}^{j|X^i = VaR_{q,t}^i}$ 也简写为 $CoVaR_{q,t}^{ji}$ 。 $CoVaR_{q,t}^{j|X^i = Median^i}$ 表示当机构 i 的收益率处于中位数状态时,机构 j 在既定的持有期内置信水平为 $1 - q$ 时的 VaR 值。当我们考察系统性风险时,即 $j = system$, 则 $\Delta CoVaR_{q,t}^{ji}$ 可简写为 $\Delta CoVaR_{q,t}^i$, 表示置信水平为 $1 - q$ 时,在 t 时刻机构 i 处于财务困境时,金融系统的 VaR 值与机构 i 处于中位数状态下金融系统 VaR 值之间的差额,即机构 i 对系统性风险的贡献程度。

(二) 基于分位数回归法计算 CoVaR 的基本原理

与普通的回归估计方法不同,分位数回归模型特别适用于存在异方差性的模型,能够更加细致地刻画条件分布。并且它对分布的假设要求不高,估计量也不易受到异常值的影响,参数估计结果比最小二乘估计更加有效、稳健。而条件风险价值是一个条件分位数,通过设定相应的置信水平,利用回归技术就可以得到线性关联关系下金融机构 i 风险价值对应的系统性风险价值。其计算原理如下:

首先,用分位数回归的方法对日收益率数据进行回归:

$$X_t^i = \alpha^i + \gamma^i M_t + \varepsilon_t^i \quad (4)$$

$$X_t^{system|i} = \alpha^{system|i} + \beta^{system|i} X_t^i + \gamma^{system|i} M_t + \varepsilon_t^{system|i} \quad (5)$$

其中 X_t^i 表示金融机构 i 在 t 时的收益率, $X_t^{system|i}$ 表示在 t 时金融系统的投资收益率, M_t 表示状态变量。为了估计时变的 $VaR_{q,t}$ 和 $CoVaR_{q,t}$, 结合相关研究,本文把上证指数收益率和上证指数 30 天滚动方差作为状态变量向量 M_t 。

根据方程(4)、(5)的估计结果,可计算出对应的 VaR 和 $CoVaR$:

$$VaR_{q,t}^i = \hat{\alpha}_q^i + \hat{\gamma}_q^i M_t \quad (6)$$

$$CoVaR_{q,t}^i = \hat{\alpha}_q^{system|i} + \hat{\beta}_q^{system|i} VaR_{q,t}^i + \hat{\gamma}_q^{system|i} M_t \quad (7)$$

分别设定相应的置信水平,根据公式(7)就可以分别计算得到机构 i 在财务困境与中间收益两个状态下的条件风险价值,再按照公式(3)就可以计算得到 $\Delta CoVaR_{q,t}^i$ 。

(三) 基于 Copula 函数计算 CoVaR 的基本原理

Copula 函数是一种连接函数,能够刻画多个变量之间的非线性相关关系,同时可以描述变量之间的尾部相关性。解释变量自身的变化及分布特征可由其边缘分布来描述。在建模过程中,可以根据数据的关联分布特征选择相应的 Copula 函数。

若 X^j 和 X^i 分别表示系统 j 和机构 i 两组收益率序列, $f(x^j, x^i)$ 表示 X^j 和 X^i 的联合分布密度函数,则序列 X^j 在 X^i 既定下的条件分布密度函数为:

$$f_{j|i}(x^j|x^i) = \frac{f(x^j, x^i)}{f_i(x^i)} \quad (8)$$

用 Copula 函数表示可得:

$$f_{j|i}(x^j|x^i) = c(F_j(x^j), F_i(x^i)) f_j(x^j) \quad (9)$$

其中, $F_i(\cdot)$ 和 $F_j(\cdot)$ 为 Copula 函数的边缘分布函数, $c(\cdot)$ 为 Copula 函数。因此,收益率

序列 X^j 在 X^i 既定条件下的条件分布函数可以通过公式(9)获得:

$$F_{j|i}(x^j | x^i) = \int_{-\infty}^{x^j} c(F_j(x^j), F_i(x^i)) f_j(x^j) dx^j \quad (10)$$

则 CoVaR 可以由公式(10)求得:

$$\Pr(X_t^j \leq \text{CoVaR}_{q,t}^i | X_t^i = \text{VaR}_{q,t}^i) = \int_{-\infty}^{x^j} c(F_j(x^j), F_i(x^i)) f_j(x^j) dx^j = q \quad (11)$$

同理,分别设定相应的置信水平,根据公式(11)可以计算得到两个状态下的条件风险价值。再利用公式(3)可计算得到 $\Delta \text{CoVaR}_{q,t}^i$ 。

(四) 基于 DCC - GARCH 模型计算 CoVaR 的基本原理

DCC - GARCH 模型可以有效地估计大规模变量的相关系数矩阵,有利于研究变量之间时变的非线性相关关系。与其他多元 GARCH 模型相比,该模型具有良好的计算优势以及简洁的参数。根据 Engle(2002)所提出的 DCC - GARCH 模型,当描述金融机构 i 在 t 时的收益率与金融系统 j 在 t 时的收益率之间的时变非线性相关关系时,两个变量的 DCC - GARCH 模型表达式为:

$$\mathbf{X}_t = \boldsymbol{\mu}_t + \mathbf{e}_t \quad (12)$$

$$\mathbf{e}_t = \mathbf{H}_t^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (13)$$

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{D}_t \mathbf{R}_t \mathbf{D}_t \quad (14)$$

$$\mathbf{R}_t = (\mathbf{Q}_t^*)^{-1} \mathbf{Q}_t (\mathbf{Q}_t^*)^{-1} \quad (15)$$

$$\mathbf{Q}_t = (1 - \alpha - \beta) \bar{\mathbf{Q}} + \alpha (\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}^i \boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}^{j'}) + \beta \mathbf{Q}_{t-1} \quad (16)$$

其中, $\mathbf{X}_t = (X_t^i, X_t^j)'$, X_t^i 表示金融机构 i 在 t 时的收益率, X_t^j 表示金融系统 j 在 t 时的收益率。 $\boldsymbol{\mu} = (\mu_i, \mu_j)'$, $\mathbf{e}_t = (e_t^i, e_t^j)'$ 。 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ 为扰动项,它服从一个特定的分布,如标准正态分布、 t 分布以及广义误差分布等。 $\mathbf{D}_t = \text{diag}\{\sqrt{h_t^i}, \sqrt{h_t^j}\}$ 表示从单变量 GARCH 模型得到的时变对角标准差矩阵,元素 $\sqrt{h_t^m}$ ($m = i, j$),可以由如下的 GARCH(p, q)形式表示:

$$h_t^m = w^m + \sum_{p=1}^p \phi_p^m (\boldsymbol{\varepsilon}_{t-p}^m)^2 + \sum_{q=1}^q \varphi_q^m h_{t-q}^m \quad (17)$$

式(15)中 $\mathbf{R}_t = \begin{bmatrix} 1 & \rho_t^{ij} \\ \rho_t^{ji} & 1 \end{bmatrix}$ 为动态条件相关系数矩阵。 α 为正的标量参数, β 为非负的标量

参数,满足 $\alpha + \beta < 1$ 。 $\mathbf{Q}_t = \begin{bmatrix} q_t^{ii} & q_t^{ij} \\ q_t^{ji} & q_t^{jj} \end{bmatrix}$, $\mathbf{Q}_t^* = \begin{bmatrix} \sqrt{q_t^{ii}} & 0 \\ 0 & \sqrt{q_t^{jj}} \end{bmatrix}$ 为条件标准差矩阵, $\bar{\mathbf{Q}}$ 为残差 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ 的无条件方差矩阵, q_t^{ij} 为 t 期两个变量 X_t^i, X_t^j 之间的协方差。

根据 VaR 的定义,在序列分布满足或近似服从既定的分布(如对称的正态分布或 t 分布等)时,单位资产的 VaR 计算式为:

$$\text{VaR}_{q,t}^i = \hat{\mu}_t^i - Q(q) \hat{h}_t^i \quad (18)$$

其中, $\hat{\mu}_t^i$ 为 GARCH 模型估计的均值; $\hat{h}_t^i$ 为 DCC - GARCH 模型估计的标准差; $Q(q)$ 为置信水平为 $1 - q$ 时机构 i 收益率分布的分位数。由公式(12) - (18),并根据公式(3)可以得到

DCC - GARCH 模型计算的在 t 时刻置信水平为 $1 - q$ 时机构 i 对机构 j 的风险贡献程度^①:

$$\Delta CoVaR_{q,t}^i = \gamma_t^{ij} (Var_{q,t}^i - Var_{50\%,t}^i) \tag{19}$$

其中 $\gamma_t^{ij} = \rho_t^{ij} h_t^j / h_t^i$ 。

(五) 三种计算方法有效性的理论分析与检验设计

条件风险价值计算的核心在于拟合风险因素与系统之间的溢出传染关联关系。从上述计算原理可以看出,以上三种计算方法分别描述了金融机构之间不同类型的风险溢出关联关系,这决定了它们自身的优缺点、适用场合与有效性。可以总结如表 1 所示。

表 1 三种条件风险价值计算方法的理论比较

方法	风险溢出关联关系与适用场合	局限性
分位数回归法	适用于描述金融机构之间线性的风险相关关系,同时注重条件分布的刻画。	无法描述更为复杂的、非线性的风险传染过程。
Copula 函数法	适用于描述金融机构之间全局的、非线性的风险相关关系,同时注重尾部相关性的研究。	对于时变的非线性的风险相关关系的刻画较弱。
DCC - GARCH 模型	适用于描述金融机构之间时变的非线性的风险相关关系,同时考虑到风险波动的集聚效应。	对于尾部风险的刻画不够细致。

比较三种计算方法可知,分位数回归法刻画的是线性的风险相关关系,而 Copula 函数法、DCC - GARCH 模型刻画的是非线性的风险相关关系。但是 Copula 函数法能够很好地描述全局相关结构,尤其是尾部相关,而 DCC - GARCH 模型可以反映时变相关性。

首先,从风险溢出传染关联关系的拟合情况比较不同方法的适用性。在投资者理性、市场有效的情况下,资产价格的变动充分反映了资产基本面的变化情况。当某家银行受到外部或是内部冲击时,自身经营首先受到影响,产生风险。由于银行间相似的业务结构以及错综复杂的业务关联,通过信贷渠道或资产负债表渠道等,其他银行以及其他金融机构的经营活动都将受到风险溢出的影响,产生系统性风险。使用分位数回归法计算 CoVaR 指标能够有效刻画此时金融机构之间对称的线性化的风险相关关系。然而,信息是不对称的,市场是扭曲的,投资者出于对风险的厌恶,在面对银行风险溢出时容易产生恐慌预期,从而变卖手中的资产,进一步加速金融体系股票价格的下跌。投资者情绪与羊群效应使得金融机构之间的非线性化风险相依关系越加强化。Copula 函数法以及 DCC - GARCH 模型适用于描述这种非线性化的风险相关关系。在现实中,中国的商业银行与其他金融机构通过支付结算、信贷、资产负债表等渠道存在着错综复杂的网络联系。同时,中国资本市场发展尚未成熟,投资者非理性的特征突出,信息不对称与市场扭曲的情况更加严重。在此情况下,投资者在资本市场的交易行为可能会加速风险传染过程。因此,从上述理论分析,可以推测 Copula 函数法以及 DCC - GARCH 模型对于计算中国银行业系统性风险的贡献程度更加有效。

为验证上述理论分析结论,我们进一步利用实证假设检验方法,比较不同计算方法在刻画中国银行业系统性风险时的相对有效性。本文选取的是 Kupiec (1995) 提出的被很多相关文

^①Benoit, Sylvain, Gilbert Colletaz, Christophe Hurlin, and Christophe Pérignon. 2013. “A Theoretical and Empirical Comparison of Systemic Risk Measures: MES versus CoVaR.” Social Science Research Network, Working Paper. Available at http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1973950.

献采用的两种假设检验方法。第一种是失败频率检验法。这种方法主要是通过计算在显著性水平 p 下实际损失超过 CoVaR 的频率,来判断 CoVaR 的计算方法是否有效;第二种是第一次失败时间检验法。这种方法主要通过记录实际损失首次大于 CoVaR 的时间来检验 CoVaR 的稳定程度。两种检验法的原假设均为失败概率等于特定概率,即 CoVaR 的计算方法是有效的。两种检验均构造似然比 LR 检验统计量,该统计量服从自由度为 1 的卡方分布。如果 LR 值等于 0,则表明 CoVaR 的计算方法是完全有效的。如果 LR 值比较小,则说明这种方法比较有效。这两种检验方法都是考察实际损失超过风险价值的概率,不涉及风险价值的计算方法,所以适用于各种风险价值计算方法的有效性比较研究。

四、CoVaR 计算方法及其有效性的实证比较研究

(一)数据的总体描述

本文收集了 2008 年 1 月 1 日至 2012 年 12 月 31 日,沪深两市上市的所有金融机构的每日收盘价数据,计算对数收益率。利用加权处理的方法构成了金融机构指数以及银行业指数。金融机构包括了银行、券商及信托、房地产企业和保险。其中共有 16 家上市银行,24 家上市的券商及信托,159 家上市的从事房地产相关业务的企业,4 家上市的保险公司。本文采用的数据均来自于 Wind 数据库。文中实证所运用的软件是 Eviews7.0 与 Matlab(R2010b)。

首先对数据进行描述性统计,观测数据的总体统计特征,结果如表 2 所示。

表 2	描述性统计结果	
	金融机构指数收益率	银行业指数收益率
均值	-0.0005	-0.0004
中位数	-0.0003	-0.0007
最大值	0.0952	0.0955
最小值	-0.0960	-0.1038
标准差	0.0208	0.0206
偏度	-0.1264	-0.0630
峰度	6.3294	7.3646
JB 统计量	566.2743	968.3824
JB 统计量 p 值	0.0000	0.0000

从表 2 中可以看到,两指数收益率的偏度都为负,峰度都大于 3,收益率分布呈现出了“尖峰厚尾”的特征,同时,正态性检验 JB 统计量的 p 值均为 0,说明该分布不为正态分布。因此,在之后的建模过程中选择尖峰厚尾的 t 分布比正态分布更加合适。

(二)基于分位数回归计算 CoVaR 的实证结果及其分析

首先使用分位数回归的方法对 CoVaR 进行估计。为了避免出现伪回归,先对数据进行单位根检验。结果如表 3 所示。

表 3	单位根检验的结果			
数据序列	ADF 值	p 值	ADF 临界值($p=5\%$)	结论
金融机构指数收益率	-35.0654	0.0000	-2.8637	序列平稳,不存在单位根
银行业指数收益率	-35.0714	0.0000	-2.8637	序列平稳,不存在单位根

表3结果显示以上各数据都通过了单位根检验,数据序列均为平稳序列。利用银行业指数收益率序列以及金融机构指数收益率序列,并选取状态变量向量为上证指数收益率和上证指数30天滚动方差,根据公式(4)、公式(5)进行分位数回归,得到参数估计值。再根据公式(3)、公式(6)、公式(7)计算出在样本区间内日均 VaR 、 $CoVaR$ 与 $\Delta CoVaR$ 。本文选择的置信水平为 $1 - q = 95\%$, 计算结果为 $VaR = -1.664\%$, $CoVaR = -1.5804\%$, $\Delta CoVaR = -1.6652\%$ 。

(三) 基于 Copula 函数计算 CoVaR 的实证结果及其分析

由上文数据的描述性统计结果可知,银行业指数收益率数据与金融机构指数收益率数据具有“尖峰厚尾”的特征,并且不满足正态分布的假设。因此,运用非参数法确定日收益率数据的分布。而在运用非参数法时总体分布具有不确定性。这里利用 `ksdensity` 函数,通过核光滑方法拟合收益率分布。如图1、图2所示,经验分布函数图和核分布估计图几乎重合。

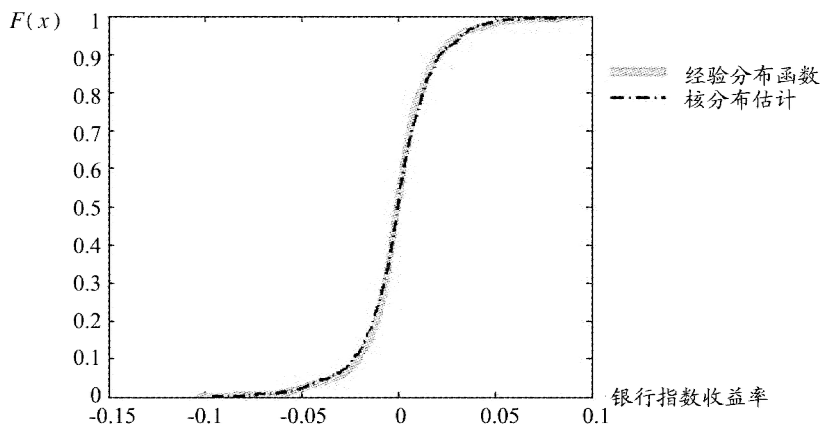


图1 银行业指数收益率经验分布函数图及核分布估计图

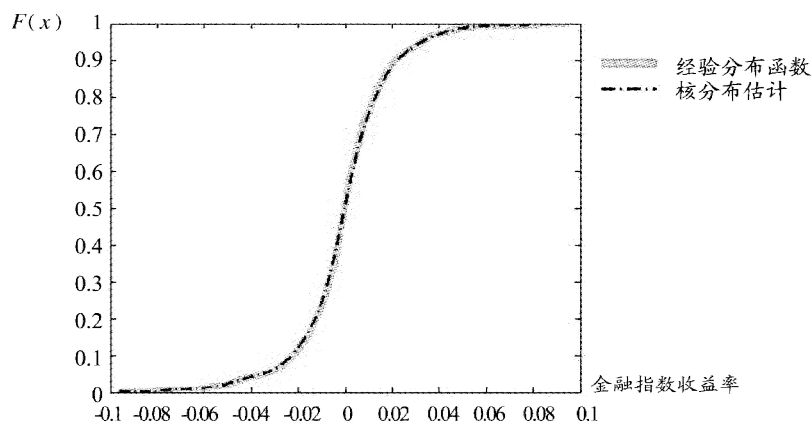


图2 金融指数收益率经验分布函数图及核分布估计图

根据已确定的边缘分布,绘制 $(U_i, V_i) (i = 1, 2, \dots, n)$ 的二元频率直方图,结果见图3所示。

图3显示出了收益率分布具有多变、不对称的厚尾部性。在常用的二元 Copula 函数中,具有较厚尾部且对尾部相关关系变化较为敏感的是 t -Copula 函数,这也是经济问题中最常用到的 Copula 函数;另外,尾部对称的 Copula 函数有正态 Copula 函数和 t -Copula 函数;而尾部

非对称的 Copula 函数有 Clayton – Copula 函数和 Gumbel – Copula 函数。为选择最合适的 Copula 函数,下面分别考察不同类型的 Copula 函数的拟合效果。

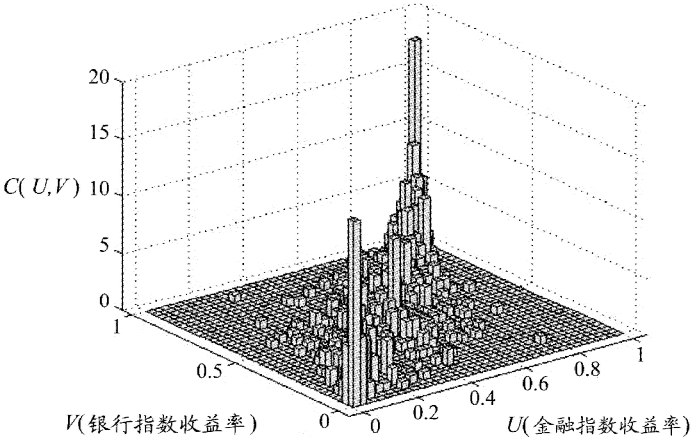


图 3 银行业指数与金融指数收益率边缘分布的二元频率直方图

先利用 Matlab 软件估计不同 Copula 模型的未知参数,结果如表 4 所示。

表 4 不同 Copula 函数的参数估计结果

函数类型	参数的估计结果
正态 Copula 函数	$\hat{\rho}_{norm} = \begin{pmatrix} 1.0000 & 0.9478 \\ 0.9478 & 1.0000 \end{pmatrix}$
t – Copula 函数	$\hat{\rho}_t = \begin{pmatrix} 1.0000 & 0.9519 \\ 0.9519 & 1.0000 \end{pmatrix}, \hat{k} = 3.1804$
Frank – Copula 函数	$\hat{\alpha} = 17.7538$
Clayton – Copula 函数	$\hat{\alpha} = 5.2284$
Gumbel – Copula 函数	$\hat{\alpha} = 4.9053$

得到各类 Copula 函数的估计值后,比较拟合出的各种 Copula 函数参数值跟原始观察数据的 Kendall 秩相关系数和 Spearman 秩相关系数,结果如表 5 所示。

表 5 各类 Copula 函数秩相关系数计算的结果

函数类型	Kendall 秩相关系数	Spearman 秩相关系数
正态 Copula 函数	0.7934	0.9429
t – Copula 函数	0.8018	0.9542
Frank – Copula 函数	0.7233	0.9477
Clayton – Copula 函数	0.7452	0.8916
Gumbel – Copula 函数	0.7961	0.9405
Corr 函数(原始数据)	0.7929	0.9327

为了选取最优的 Copula 函数,下面进一步分别计算各类 Copula 函数与经验 Copula 函数的平方欧氏距离,结果如表 6 所示。

表 6 各类 Copula 函数与经验 Copula 函数的平方欧氏距离

函数类型	平方欧氏距离
正态 Copula 函数	0.0201
t - Copula 函数	0.0156
Frank - Copula 函数	0.1275
Clayton - Copula 函数	0.5239
Gumbel - Copula 函数	0.0376

结果显示,t - Copula 函数与经验 Copula 函数之间的平方欧式距离最小为 0.0156。根据平方欧式距离最小原则可知,参数为 $\hat{\rho}_t = \begin{pmatrix} 1.0000 & 0.9519 \\ 0.9519 & 1.0000 \end{pmatrix}, \hat{k} = 3.1804$ 的 t - Copula 函数的拟合效果最好。图 4、图 5 为二元 t - Copula 密度函数与分布函数,与图 3 比较可以看出该函数的拟合效果比较好。

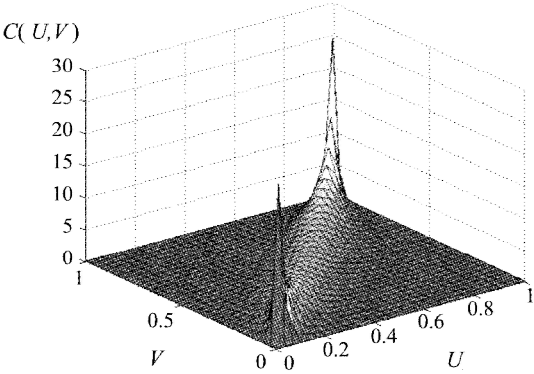


图 4 二元 t - Copula 密度函数

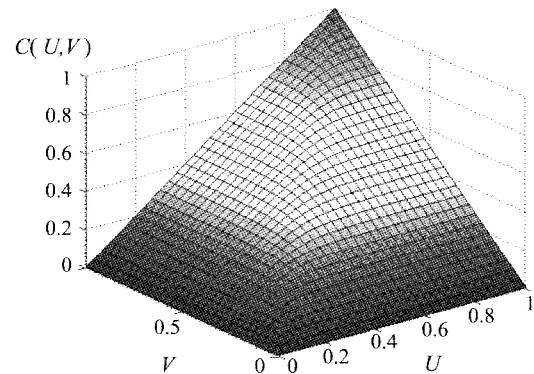


图 5 二元 t - Copula 分布函数

将估计的 $\hat{\rho}, \hat{k}$ 代入二元 t - Copula 函数公式(20):

$$C'(u, v, \rho, k) = \int_{-\infty}^{t_k^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{t_k^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi \sqrt{1 - \rho^2}} \left[1 + \frac{s^2 - 2\rho st + t^2}{k(1 - \rho^2)} \right]^{-(k+2)/2} ds dt \quad (20)$$

得到本文实证研究中最后选择的最优二元 t - Copula 函数公式:

$$\hat{C}'(\hat{u}, \hat{v}) = \int_{-\infty}^{t_3^{-1}(\hat{u})} \int_{-\infty}^{t_3^{-1}(\hat{v})} \frac{1}{2\pi \sqrt{1 - 0.9519^2}} \left[1 + \frac{s^2 - 2 \times 0.9519st + t^2}{3 \times (1 - 0.9519^2)} \right]^{-(3+2)/2} ds dt \quad (21)$$

要得到银行业指数的 CoVaR,需要求出联合分布函数为式(21)的 t - Copula 函数的边缘分布,而直接求边缘分布较复杂,可以运用 Matlab 中的 couplarnrd 命令模拟出 10 000 对数据,以此计算出分位数得到银行业指数的 CoVaR。根据 Matlab 模拟出 t - Copula 函数的数据,在置信水平 95% 下,可得 $\Delta CoVaR = 0.0341 - 0.0555 = -0.0214 = -2.41\%$ 。

(四) 基于 DCC - GARCH 模型计算 CoVaR 的实证结果及其分析

根据以上对数据的分析,银行业指数收益率和金融机构收益率序列均为平稳序列,可以直接进行建模。另外,两序列都存在着“尖峰厚尾”的特征,在模型估计时,选择残差 ε_t 分布为 t 分布。首先分别对银行业指数收益率序列和金融机构指数收益率序列构建单变量 GARCH 模型。在构建 GARCH 模型前,需要先进行 ARCH - LM 检验,检验结果如表 7 所示。

表 7 ARCH - LM 检验的结果

	F 统计量	p 值	$T \times R^2$ 统计量	p 值
银行业指数收益率	3.7571	0.0236	7.4927	0.0236
金融机构指数收益率	4.1006	0.0168	8.1730	0.0168

检验结果显示,不论是银行业指数收益率序列还是金融机构指数收益率序列,在显著性水平 5% 时, F 统计量与 $T \times R^2$ 统计量都显著,说明存在 ARCH 效应。如果据此建立 ARCH 模型,滞后阶数较大时无限制约束估计会违背参数非负的限定条件,于是用条件方差的滞后项替代,即运用 GARCH 模型进行建模。根据 AIC 以及 SC 准则选择最优滞后阶数,确定使用 GARCH(1,1)模型分别对银行业指数收益率序列和金融机构指数收益率序列进行建模,以此得到各自的残差序列。用 GARCH(1,1)建模后,经过验证,ARCH 效应消失。

然后,利用已得到的残差序列进行 DCC - GARCH 模型的估计,从而得到时变相关系数。利用 DCC - GARCH (1,1)模型的估计结果,得到了银行业指数收益率和金融机构指数收益率的条件均值序列、条件方差序列以及两个序列之间的动态相关系数。其中动态相关系数如图 6 所示。

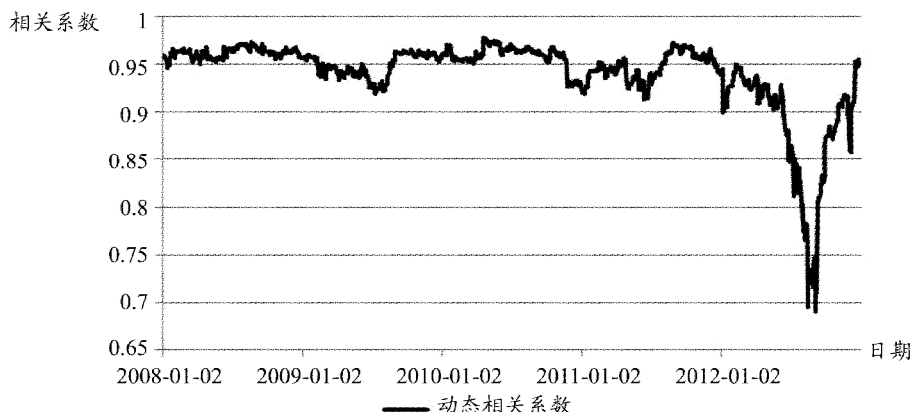


图 6 两个收益率序列的动态相关系数

从图 6 中可以看出,银行业指数收益率与金融机构指数收益率之间存在较高的时变相关性。模型估计得到了 DCC - GARCH(1,1)模型的参数值: $\hat{\alpha} = 0.0317$, $\hat{\beta} = 0.9564$ 。 $\hat{\alpha} + \hat{\beta} < 1$ 符合模型的约束条件。其中, $\hat{\alpha} = 0.0317$,表明滞后一期的标准化残差乘积对动态相关系数的影响较小, $\hat{\beta} = 0.9564$ 接近于 1,表明银行业指数收益率与金融机构指数收益率之间的相关系数受到前期的影响较大,其相关性具有较强的持续性。

再根据式(18)可以计算出时变的银行业指数收益率的 VaR,根据公式(19)可以计算出银行业指数收益率对金融机构指数收益率的 $\Delta CoVaR$ 。计算结果为 $VaR = -3.5373\%$, $\Delta CoVaR = -3.2627\%$ 。

(五) 三种 CoVaR 计算方法有效性的假设检验结果及其分析

在上面内容中,我们分别运用分位数回归法、Copula 函数法以及 DCC - GARCH 模型,计算了中国商业银行的系统性风险贡献程度。单从计算结果上看,运用分位数回归计算的 $\Delta CoVaR$ 值最小为 -1.6652% ,基于 DCC - GARCH 方法计算的 $\Delta CoVaR$ 值最大为 -3.2627% ,

运用 Copula 函数计算的 $\Delta CoVaR$ 值为 -2.41% 。这说明相比于分位数回归法,运用 Copula 函数以及 DCC - GARCH 模型在谨慎性上要求更高。Copula 函数法以及 DCC - GARCH 模型描绘了银行业指数和金融机构指数之间的全局分布关系,而分位数法并没有描述两者的具体分布,而是直接给出了分位数。相对于分位数回归法,运用 Copula 函数以及 DCC - GARCH 模型求得联合分布建模的方法可以有效描述多元收益率的联合分布,从而提高 CoVaR 数值的精度。

本文进一步采用失败频率检验法和第一次失败时间检验法,对三种不同计算方法的效果进行了假设检验与实证比较。结果如表 8、表 9 所示。

表 8 失败频数检验法的结果			
模型	$\chi^2(1)$ 的临界值	LR ₁ 统计量	检验结果
分位数回归 - CoVaR	3.84	1.9979	不能拒绝原假设
Copula - CoVaR	3.84	3.6397	不能拒绝原假设
DCC - GARCH - CoVaR	3.84	0.8661	不能拒绝原假设

表 9 第一次失败时间检验法的结果			
模型	$\chi^2(1)$ 的临界值	LR ₂ 统计量	检验结果
分位数回归 - CoVaR	3.84	3.3215	不能拒绝原假设
Copula - CoVaR	3.84	0.3153	不能拒绝原假设
DCC - GARCH - CoVaR	3.84	0.1202	不能拒绝原假设

表 8、表 9 的结果显示,三种方法都在 5% 显著性水平上通过了失败频数检验法和第一次失败时间检验法的检验,三种方法对于计算 CoVaR 都是有效的。但是,从两个假设检验的 LR₂ 统计量值可以看出,三种方法的有效性差异也是很明显的。其中 DCC - GARCH 模型的有效性最好。失败频数检验法的检验结果表明,从预测准确率看,DCC - GARCH 模型最好,其次是分位数回归法,Copula 函数尽管整体分布预测的准确性较差,但尾部预测较准确;第一次失败时间检验法的结果显示,与分位数回归法相比较,Copula 函数法和 DCC - GARCH 模型的 LR₂ 统计量较小,这意味着这两种方法的实际损失首次超过模拟损失的时间更长,模型的稳定性更强,预警能力较好。这在一定程度上可以说明,在刻画银行系统性风险上,Copula 函数法以及 DCC - GARCH 模型优于分位数回归法,通过采用 Copula 函数法以及 DCC - GARCH 模型可以获得更符合实际的序列分布,提高模型预测的准确性。另外,综合 Copula 函数以及 DCC - GARCH 模型计算方法的特点,可以说明中国商业银行的系统性风险在金融机构间的风险溢出是较为复杂的非线性关系,银行业与整个金融体系间有着持续性较强的风险相关关系,同时进行系统性风险管理时应该注重尾部风险的防范。

五、结论

综合归纳上述理论分析与实证检验结果可知,运用分位数回归、Copula 函数以及 DCC - GARCH 模型计算的 CoVaR 指标,都能够度量商业银行对于整个金融机构溢出的系统性风险。但是,由于各自的原理特征,分位数回归法可以很好地刻画不同分位数对应的线性溢出的系统性风险价值。Copula 函数法刻画了银行业指数收益率序列和金融机构指数收益率序列之间的非线性与尾部关联的联合分布。而 DCC - GARCH 模型有效地拟合两序列之间的时变相关系

数,从而使 CoVaR 的估计更加精准、预警更为有效。另外,从三种 CoVaR 计算方法的结果也可以发现,我国系统性风险的波动呈现出集聚效应,系统性风险在不同金融之间的溢出是较为复杂的非线性关系,在系统性风险管理中应该加强对尾部风险的管理。对于风险溢出关联度量与系统重要性机构识别来说,采用 Copula 函数以及 DCC - GARCH 模型来计算 CoVaR 指标将更加有效,我们应该选择这些符合当下经济特征的相对较为有效的方法。

参考文献:

1. 崔百胜、伏开宝、万里欢,2013:《中国股指期货动态保值率估计与套期保值绩效评价研究——基于非对称 DCC - MGARCH 模型的实证分析》,《金融管理研究》第 1 期。
2. 高国华、潘英丽,2011:《银行系统性风险度量——基于动态 CoVaR 方法的分析》,《上海交通大学学报》第 12 期。
3. 郭卫东,2013:《中国上市银行的系统性风险价值及溢出——基于 CoVaR 方法的实证研究》,《北京工商大学学报》第 4 期。
4. 黄聪、贾彦东,2010:《金融网络视角下的宏观审慎管理——给予银行间支付结算数据的实证分析》,《金融研究》第 4 期。
5. 刘春航、朱元倩,2011:《银行业系统性风险度量框架的研究》,《金融研究》第 12 期。
6. 吕江林、赖娟,2011:《我国金融系统性风险预警指标体系的构建与应用》,《江西财经大学学报》第 2 期。
7. 刘晓星、段斌、谢福座,2011:《股票市场风险溢出效应研究:基于 EVT - Copula - CoVaR 模型的分析》,《世界经济》第 11 期。
8. 李志辉、樊莉,2011:《中国商业银行系统性风险溢价实证研究》,《当代经济科学》第 6 期。
9. 马杰、张灿,2012:《DCC - GARCH - CoVaR 模型与中国外汇储备结构优化》,《世界经济》第 7 期。
10. 郝训诚、王周伟、吕思聪,2013:《宏观审慎调控框架下系统性风险管理体系的构建研究》,《金融管理研究》第 2 期。
11. 苗永旺、王亮亮,2010:《金融系统性风险与宏观审慎监管研究》,《国际金融研究》第 8 期。
12. 王永巧、胡浩,2012:《基于时变参数 Copula 的 Δ CoVaR 度量技术》,《统计与信息论坛》第 6 期。
13. 谢福座,2010:《基于 CoVaR 方法的金融风险溢出效应研究》,《金融发展研究》第 6 期。
14. 肖璞、刘轶、杨苏梅,2012:《相互关联、风险溢出与系统重要性机构》,《金融研究》第 12 期。
15. 杨有振、王书华,2013:《中国上市商业银行系统性风险溢出效应分析——基于 CoVaR 技术的分位数估计》,《山西财经大学学报》第 7 期。
16. Acharya, Viral V. 2009. "A Theory of Systemic Risk and Design of Prudential Bank Regulation." *Journal of Financial Stability*, 5(3):224 - 255.
17. Acharya, Viral V., Lasse H. Pedersen, Thomas Philippon, and Matthew Richardson. 2012. "Measuring Systemic Risk." Social Science Research Network, Working Paper. Available at http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2013815.
18. Adrian, Tobias, and Markus K. Brunnermeier. 2011. "CoVaR." NBER Working Paper 17454. Available at http://www.nber.org/papers/w17454.pdf?new_window=1.
19. Benoit, Sylvain, Gilbert Colletaz, Christophe Hurlin, and Christophe Pérignon. 2013. "A Theoretical and Empirical Comparison of Systemic Risk Measures." Social Science Research Network, Working Paper. Available at http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1973950.
20. Billio, Monica, Mila Getamansky, Andrew W. Lo, and Liorana Pelizzon. 2010. "Econometric Measures of Systemic Risk in the Finance and Insurance Sector." NBER Working Paper 16223. Available at http://www.nber.org/papers/w16223.pdf?new_window=1.
21. Engle, Robert. 2002. "Dynamic Conditional Correlation: A New Simple Class of Multivariate GARCH Models." *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(5):339 - 350.
22. Girardi, Giulio, and A. Tolga Ergün. 2012. "Systemic Risk Measurement: Multivariate GARCH Estimation of CoVaR." Social Science Research Network, Working Paper. Available at http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1783958.
23. Hakwa, Brice. 2011. "Measuring the Marginal Systemic Risk Contribution Using Copula." Social Science Research Network, Working Paper. Available at http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1934894.
24. IMF. 2009. "Republic of Latvia: First Review and Financing Assurances Review under the Stand - By Arrangement, Requests for Waivers of Nonobservance of Performance Criteria, and Rephasing of Purchases under the Arrangement." IMF Country Report, No. 09/297. Available at <http://www.imf.org/external/pubs/ft/scr/>

2009/ cr09297. pdf.

25. Kupiec, Paul H. 1995. "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models." *The Journal of Derivatives*, 3(2):73 – 84.

A Study on Effectiveness of CoVaR Calculation Methods Based on Risk Spillover Features

Wang Zhouwei, Lv Sicong, Mao Xuncheng

(School of Finance and Business, Shanghai Normal University)

Abstract: CoVaR is a good measure for risk spillover effect and systemic risk. It is necessary to select an effective one from many ways of calculating CoVaR according to different theories, three popular ways of which are quantile regression, Copula function and DCC – GARCH model. We propose a theoretical comparison of these three methods on calculation principles, advantages and disadvantages, as well as their applicable occasions. Then we calculate CoVaR of China banking system using three methods and test their effectiveness. From theoretical and empirical results, we find that Copula function and DCC – GARCH model are more effective and do better in describing risk spillover effect between banking system and financial system compared with quantile regression.

Key Words: CoVaR; Quantile Regression; Copula Function; DCC – GARCH model

JEL Classification: C22, G01, G28

(责任编辑:彭爽)

(上接第 135 页)

Is China's Listed SMEs Insufficient Investment or Over Investment?

Liu Fei¹ and Wang Kaike^{1,2}

(1: School of Economics, Xiamen University; 2: Guangzhou Branch, People's Bank of China)

Abstract: There are some differences between SMEs and the main board companies on financing constraints and agency costs. Is SMEs under investment or over investment due to these two factors? This article uses bilateral stochastic frontier model to solve this problem by control the optimal investment level. Research manifests that: (1) The financing constraints had a significant impact on the investment behavior of the listed SMEs in China. Besides, this effect was greater than the agency cost, and the overall net effects showed that the investment had the characteristics of insufficiency. (2) Further fractile analysis showed that most of the listed SMEs was underinvestment; and only a few number of the listed SMEs was over investment. (3) The effect of financing constraints and cost effect, as well as the overall net effect had the characteristics of heterogeneity in regions and years. Besides, as to the annual differences, the financing difficulty has been eased slightly in 2010 and 2011, but further policy step is still needed; As to the contradictory between regional heterogeneity and intuitive feel, the article gives proper explanations from the aspects of financing needs, the regional development strategies and the supporting policies.

Key Words: Listed SMEs; Insufficient Investment; Over Investment; Bilateral Stochastic Frontier Model

JEL Classification: O15, O16, O17

(责任编辑:赵锐、彭爽)