

# 不完备偏好理论及其应用综述

时奇 谏贻庆 陈剑\*

**摘要:** 本文在不完备偏好理论近期文献的基础上,以联系偏好和行为的“一致性”条件为主线,阐述了不完备偏好显示理论的最新进展:由-理性化转向-理性化,选择集由消费束转向机会集;分别在确定性和不确定性的经济环境下,回顾了不完备偏好的函数表示理论的发展脉络,即由单维函数转向多维函数;特别是,在不确定性的经济环境下,讨论了两种可能的不完备偏好(口味不决和信念不决)的函数表示理论;整理归纳了不完备偏好理论在行为经济学和博弈论等经济学领域中的若干应用。

**关键词:** 不完备偏好 偏好显示理论 偏好函数

## 一、引言

偏好的完备性公理作为个人决策理论的两大核心公理之一,其合理性却不断受到人们质疑。对于不完备偏好的研究,至少可以追溯到 von Neumann和 Morgenstern (1944) (后称 vNM)。而关于它的经典文献,则当推 Aumann (1962)和 Bewley (1986)。虽然关于不完备偏好的论述时常也可以见诸文献之中,然而其内容却不外乎将经典假设中的偏好完备性弱化为不完备性,以考察不完备性对经典结论的影响。对于不完备偏好本身性质的研究,几乎是凤毛麟角。近年来, Dana (2003)、Mandler (2004, 2005, 2006)及 Ok等 (2008)又掀起一股关于不完备偏好的研究热潮,至今方兴未艾。

所谓不完备偏好,是指不能满足完备性公理这类偏好的,其最重要特征是,当决策者在评判备择物优劣时,可能会存在无法决断 (indecisiveness) 的情形。既然决策者自己都无法分清备择物之优劣,研究者又岂能越俎代庖,强行将备择物分辨一个高下呢?因此,对于以无法决断为特征的不完备偏好,其研究似乎根本无从下手。不完备偏好之所以长期被研究者忽视,原因似乎正在于此。但是,最近的研究表明,无法决断的情形大多数 (如果不是全部)是由于多维决策造成,毕竟,如果决策是单个维度的,则绝对不可能存在无法决断的情形。也有研究显示,偏好的不完备性经常与不传递性结伴而行,而关于多维决策和偏好不传递性的研究文献则已汗牛充栋,它们可能会给不完备偏好研究带来某些启示。另外,20世纪70年代以来异军突起的行为经济学,也在某种程度上与不完备性偏好的研究殊途同归。所有这一切表明,不完备偏好并非如“黑箱”一样不可触摸,借助已有的研究工具和成果,对它的深入探讨和发掘是完全可能的。

本文梳理了关于不完备偏好理论及其应用的经典论文和最新文献,余下部分结构安排如下:第二部分阐述不完备偏好的显示理论,第三部分阐述不完备偏好的函数表示理论,而第四部分则举出了不完备偏好理论的主要应用,最后是总结性评论。

## 二、不完备偏好的显示理论

不完备偏好是否能够融入经典经济学框架,一个非常关键的问题是,不完备偏好是否有其显示理论,换

\* 时奇,南昌大学经济与管理学院,邮政编码:330031,上海财经大学经济学院,邮政编码:200433,电子信箱:qshi@foxmail.com;谏贻庆,南昌大学经济与管理学院,邮政编码:330031;陈剑,南昌航空大学经济管理学院,邮政编码:330063。

作者感谢匿名审稿人的建设性意见。当然,文责自负。

另一核心公理是传递性公理。

例如多人决策,或者有多重标准的个人决策。

句话说,我们能否仿照经典的(完备)偏好显示理论,在无法观察到的(不完备)偏好和可以观察到的选择行为之间架起一道桥梁,从而建立一个不完备偏好的显示理论。

在经济学中用以描述选择行为的工具是选择函数  $C(\cdot)$ ,该函数把一个备择集  $X$  映射到它的一个子集  $C(X)$  上,我们称  $C(X)$  为备择集  $X$  的选择集。如果我们观察到的选择函数  $C(\cdot)$  可以用一个偏好  $\succsim$  来解释,或者说,该选择行为恰似是一个拥有偏好  $\succsim$  的决策者所做出的一样,则称选择函数  $C(\cdot)$  可以被该偏好  $\succsim$  所理性化 (Sen, 1971)。当然不是所有选择行为都可以被一个偏好所理性化,但至少这些选择不能在某种意义上前后矛盾,因此我们必须构造公理来规范这些选择行为。经典显示偏好理论的一个基本定理是,当且仅当一个选择函数满足显示偏好弱公理 (WARP),该选择函数才可以被一个完备偏好关系所理性化 (Arrow, 1959; Richter, 1966)。剩下的问题是,在什么意义上一个选择函数可以用一个偏好来解释? 也即我们必须恰当地定义偏好和选择行为之间的某种“一致性”。经典显示偏好理论的一致性条件规定,选择集中元素必须(弱)优于备择集中所有元素,我们称之为  $\succsim$ -理性化。

$$C(X) = (X, \succsim) = \{x \in X : x \succsim y, \forall y \in X\}$$

容易看出,  $\succsim$ -理性化的一致性条件天生就排除了无法决断的情形,因此在构建不完备偏好的显示理论时,  $\succsim$ -理性化很难给我们一个满意的结果。为了解决这个难题,人们很自然地会想到把它弱化为这样一种名为  $\succ$ -理性化 的一致性条件:当且仅当某元素不严格劣于备择集中任意其他元素,该元素才属于选择集,更准确地说:

$$C(X) = (X, \succ) = \{x \in X : \text{not } y \succ x, \forall y \in X\}$$

Eliza和 Ok (2006) (后称 EO)采用  $\succ$ -理性化条件,对不完备偏好的理性化作出了尝试。作为对应,他们将显示偏好弱公理进一步弱化为一个显示非劣弱公理 (Weak Axiom of Revealed Non - Inferiority, WARN I)。所谓显示非劣公理,是指如果在某个选择环境下,  $x$  不劣于  $y$  (包括优于、无差异和无法决断三种情形),则在其他选择环境下,如果  $y$  在选择集中,则  $x$  必然也在选择集中。但是,  $\succ$ -理性化无法保证其结果的唯一性,也就是说,对于同样的行为,很可能有多种(不完备)偏好可以理性化它。例如,如果我们观察到  $x \in X$  且  $y \in X$ ,但  $C(X) = x$ ,人们的第一直觉可能会由此推断  $x \succ y$ 。但稍微思考一下,我们就会发现,决策者还可能会觉得  $x$  与  $y$  无差异,或者他在  $x$  与  $y$  之间无法决断。在无差异或无法决断的情况之下,决策者可能会任意作出一个选择,例如  $x$ 。这样一来,其实我们只能排除  $y \succ x$  的情形,而到底是  $x \succ y$ ,是  $x \sim y$  还是在  $x$  和  $y$  之间无法决断,我们也陷入了“无法决断”。为了解决“唯一性”问题,EO引入了一个正则性条件,该正则性条件假设,对于任何一对无法决断的元素,都存在第三个元素与其中一个元素无法决断,而严格优于另一个元素。他们证明,在一定的技术条件下,某选择函数满足 WARN I,当且仅当存在一个偏好函数来  $\succ$ -理性化它。EO模型存在三个缺陷。第一,它完全是从行为偏好的角度来作思考,因此必然忽略了许多规范性问题,例如它考虑的不完备偏好可能通不过抽钱机检验;第二,EO引入的正则性条件虽然可以解决“唯一性”问题,但非常不幸,这样的偏好却让决策者无法通过抽钱机检验,因此我们很难说满足这种正则性条件的不完备偏好是理性的。第三,既然EO所研究的不完备偏好行为并不是理性行为,那么根据 Szpilrajn定理,则必存在一个(理性)完备偏好是该不完备偏好的一个扩展,且不与该不完备偏好抵触,既

$\succ$ -理性化和  $\succsim$ -理性化的名词来自 Danan (2003)。显然,在完备偏好的假设下,这两者是相同的。

Sen (1971)证明了一种偏好可被理性化的充分必要条件为它必须满足公理“ $\succsim$ ”和公理“ $\succ$ ”。其中,公理“ $\succsim$ ”规定,若对于某一个备择集而言,某元素在其选择集中,则对于该备择集的任意子集而言,该元素仍然在其选择集中。公理“ $\succ$ ”规定,若对于某一个备择集而言,某两个元素  $x$  和  $y$  在其选择集中,且对于该备择集的某子集而言,  $x$  仍然在其选择集中,则  $y$  也应在其选择集中。Eliza和 Ok (2002)征召了 113名纽约大学的一年级本科生,分别在无物质激励和有物质激励两种情况下做了一个同样的实验,其结果发现,虽然公理“ $\succsim$ ”一般会满足,但公理“ $\succ$ ”却经常不能满足。

所谓抽钱机检验 (money pump test),是偏好理论和行为经济学研究中一个用以检查行为是否理性的思想试验。其根本思想在于,试验人可以利用行为人的非理性偏好,通过一系列交易将该行为人的收入全部抽取。例如,有着不传递偏好的某行为人,他喜欢  $a$  甚于  $b$ ,喜欢  $b$  甚于  $c$ ,喜欢  $c$  甚于  $a$ ,当下持有物为假设为  $a$ ,那么试验人可以给该行为人  $c$  以换取其部分收入,再给他  $b$  以换取部分收入,最后给他  $a$  以换取部分收入,这样一个循环之后,试验人和行为人的持有物都没有改变,但行为人损失了若干收入。

该定理发表于 1930年,意为任何一个偏序都可以扩展为一个线序。具体内容可以参阅 Ok (2007)。

然如此,该决策者何不采取该理性行为呢?

Danan(2003)鉴于 - 理性化和 - 理性化的弊端,将一致性条件进一步弱化。他建议仅仅保证如下性质:如果  $x$  严格优于  $X$  中其他元素,则  $x$  必在选择集中;如果  $X$  中存在某元素严格优于  $x$ ,则  $x$  必不在选择集中。准确地说:

$$(X, \succ) \subseteq C(X) \subseteq (X, \succsim)$$

很明显,这样更弱的理性化方式仍然无法解决显示偏好的“唯一性”问题。在此之前,Arlegi和 Nieto(2001)借鉴了由 Koopmans(1964)提出而 Kreps(1979)发展的“机动权”(flexibility)的概念,认为当我们观察到无法决断的情形时,其实该决策者是出于对未来偏好的未知而保留其机动权,也即愿意推迟其选择行为。Danan将这一联系运用到不完备偏好的显示理论中,并称之为“学后行”(learning and acting)。为了刻画“机动权”的行为意义,Danan把偏好建立在机会集(opportunity set)之上,并定义决策者在两个机会集  $X$  和  $X'$  之间愿意保留机动权,当且仅当这两个机会集的并集  $X \cup X'$  分别严格优于这两个机会集。Danan证明,在所有机会集的空间上,选择函数满足显示偏好弱公理,当且仅当存在一个唯一的行为偏好关系理性化它,且存在一个唯一的认知偏好在“学后行”的意义上与其一致。在 Danan之前,Nehring(1997)也曾引入可以将机会集和元素进行比较的所谓“扩展偏好关系”。但是,这些非二元偏好关系的方法的共同缺陷在于,其偏好是建立在机会集上,这不但难以解释现实中人们的选择行为,也与传统显示偏好理论格格不入。

Mandler(2005)引入了序列消费计划(sequential consuming program)模型来解决不完备偏好的显示问题。所谓序列消费计划模型,是指这样一类选择模型:它们将消费者的选择行为放在一个时间序列上来考虑,并着重关注各个时期消费之间的相互影响。Mandler认为选择行为不是一次性的,而是有着多个回合的,因此他将选择函数赋予时间维度,并称之为扩展选择函数。其结论是:如果观察到决策者总是在可以选择  $y$  的情况下选择了  $x$ ,那么可以认为  $y$  显示优于  $x$ ;如果观察到决策者总是愿意从  $x$  转向  $y$ ,也愿意从  $y$  转向  $x$ ,那么可以认为  $x$  与  $y$  显示无差异;如果观察到决策者只在某些时候愿意从  $x$  转向  $y$ ,也只在某些时候愿意从  $y$  转向  $x$ ,那么可以认为该决策者被显示在  $x$  与  $y$  之间无法决断。

### 三、不完备偏好的函数表示理论

经典经济理论认为,对定义在备择集  $X$  的偏好关系  $\succsim$  进行函数表示,其实是要求找到一组合理的公理体系和—个效用函数  $u(\cdot)$ ,使得当且仅当以下命题成立时,偏好  $\succsim$  满足该公理体系:

$$x \succsim y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y), \forall x, y \in X$$

所谓合理的公理体系,它们是用来刻画偏好  $\succsim$  所呈现的一些性质,例如完备性、连续性和独立性等等。对于不完备偏好,我们理所当然应该在公理体系中舍去完备性。

如果上式成立,则我们称该偏好可以被效用函数  $u(x)$  所表示。我们注意,所谓偏好  $\succsim$  能够被效用函数  $u(x)$  所表示,一方面意味着我们可以由决策者对两个备择物的评价而推知其效用函数值的孰大孰小,另一方面也意味着,只要给出了两个备择物的效用函数值,我们也可以推知决策者对二者的评价哪一个更高。

#### (一)确定性环境下不完备偏好的函数表示

当除去完备性公理之后,备择集中就可能存在无法决断其优劣的一些备择物,也即备择集中会存在一些“灰色区域”。那么,效用函数在这一灰色区域就不应该有定义。因此,如果要建立效用函数,则必须剔除这些灰色区域。如果完全抹掉这块灰色区域,而在非灰色区域使用经典偏好理论,当然可以用经典理论建立一个双向的效用函数表示,但是这样损失的信息太多,以至于完全丧失了我们的研究不完备偏好的初衷。Richter(1966, 1971)和 Peleg(1970)等建议寻找这样一种单向的效用函数(后称 RP效用函数):

$$x \succ y \Rightarrow u(x) > u(y), x \sim y \Rightarrow u(x) = u(y), \forall x, y \in X$$

这样,RP效用函数给所有备择物都有一个效用值,部分地解决了无法决断备择物的效用函数表示问题。例如,如果  $x \succ y$ ,我们可以推知  $u(x) > u(y)$ ,但是我们由  $u(x) > u(y)$  则不能推知  $x \succ y$ ,因为还存在另一种可能,那就是决策者在  $x$  和  $y$  之间无法决断。因此,RP的表示方法一般会丢失很多信息。

鉴于 RP模型的两大缺陷,Majumdar和 Sen(1976)在向量占优(vector dominance)关系中提出了显然完

否则,因为函数值肯定具有大小,则这些灰色区域就是可以比较的了。

备表示 (transparent complete representation)的方法。该文指出,既然在 RP模型中,  $u(x) > u(y)$  没有足够信息反映出  $x > y$ ,那么在表示函数值域上引入一个函数  $(f(x), f(y))$ ,当  $(f(x), f(y)) > 0$ 时,必然有  $x > y$ 。通俗地说,这等于是一种两步表示法,首先用函数  $u(\cdot)$ 赋予备择物函数值,然后用函数  $(\cdot, \cdot)$ 进一步筛除满足  $u(x) > u(y)$ 但无法决断的备择物。该文证明了在  $n$ 维欧氏空间中任何偏序都存在一个这样的函数,且欧氏空间中的任何向量占优关系都存在一个这样的显然完备表示。但是,这种表示函数在连续性上表现得却不尽人意,该文不无遗憾地指出,欧氏空间中的任何向量占优关系都不存在一个连续的显然完备表示,这一缺陷大大降低了该表示函数的吸引力。

受 von Neumann和 Morgenstem (1944)以及 Davidson和 Weymark (1998)的启发,Ok (2002)建议用多效用函数来表示不完备偏好。所谓多效用函数,数学上是指函数值为多维欧式空间中的一点 (或多维向量)的效用函数。向量  $u(x)$ 大于  $u(y)$ ,当且仅当  $u(x)$ 的所有分量都大于  $u(y)$ 的相应分量。当  $u(x)$ 与  $u(y)$ 不可比较的时候,则意味着决策者在  $x$ 与  $y$ 之间无法决断。更具体来说,Ok证明:对于一个拟序集  $\succsim$ ,如果可以找到一个函数  $u: X \rightarrow R^n$  ( $n$ 为某个正整数),使得:

$$x \succsim y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y)$$

则称  $u$ 表示了拟序集  $\succsim$ 。“当且仅当  $u$ 表明,如果向量值效用函数存在,那么它不会损失任何信息。换句话说,当我们知道决策者的 (向量值)效用函数时,就可以由此逆推其二元偏好。

## (二)不确定性环境下不完备偏好的函数表示

我们把不确定性分为客观不确定性 (即风险)和主观不确定性 (一般就称为不确定性)。经典的客观不确定性偏好理论由 von Neumann和 Morgenstem (1944)建立,该理论证明,如果一个完备且传递的二元偏好关系定义在一个彩票空间  $L(X)$ ,且满足标准独立性公理和连续性公理,则该偏好关系存在一个期望效用的函数表示。Aumann (1962)保留了除完备性外的所有假设,证明了如果该二元偏好关系定义在一个有限维混合彩票空间,则存在一个“Aumann效用函数”来单向表示它:

$$p \succ q \Rightarrow \int_x u dp > \int_x u dq; p \sim q \Rightarrow \int_x u dp = \int_x u dq, \forall p, q \in L(X)$$

但是,如 RP效用函数一样,Aumann效用函数的缺陷在于,我们无法从其效用函数去逆推其偏好。Dubra等 (2004)将 Ok (2002)的多效用函数推广到存在风险的情形,并建立了一个公理化体系以刻画风险不完备偏好理论。他们最主要的贡献在于,在奖品空间  $X$ 为紧度量空间的条件下,他们证明了一个二元偏好关系满足独立性公理和连续性公理,当且仅当存在一组效用函数集合  $U$ ,使得对于任何  $p, q \in L(X)$ 都有:

$$p \succsim q \Leftrightarrow \int_x u dp \geq \int_x u dq, \forall u \in U$$

Evren (2008)在技术上做了进一步拓展,他拟解决的问题是: Dubra等对奖品空间的设定为紧度量空间,能不能在更一般的空间中得到类似结论呢? Evren的结论是否定的,但是,如果仅仅把紧性放松为  $\sigma$ -紧性,且保证彩票空间有紧支撑,则 Dubra等的存在性结论依然成立。

对于存在主观不确定性环境下的偏好理论,具有开创性贡献的工作首推 Savage (1954)。他引入状态这一概念,并把由状态向奖品的映射定义为一个行动。Savage主要的考察对象就是行动,正如 vNM主要的考察对象是彩票。但是 Savage的理论过于艰深,且与 vNM的经典理论相距甚远。Anscombe和 Aumann (1963) (后称 AA)认为,在存在主观不确定性的情形下,决策面对的是两种不确定性:首先,某个状态从多种可能性中实现,从而主观不确定性解决;然后,每种可能的状态都对应了一个彩票,彩票实现则解决了客观不确定性 (即风险)。换句话说,AA把 Savage的“行动”分成了两个部分,第一部分是由状态到彩票的映射,他们称之为“赛马彩票”(horse race lottery),第二部分是实现赛马彩票,并得到奖品。这样我们就可以把主观不确定性理论与经典的 vNM客观不确定性理论联系起来。更进一步,AA证明了一个定义在赛马彩票上的二元偏好关系,满足独立性、连续性和单调性公理,当且仅当存在一个效用函数  $u$ 和一个概率分布  $\mu$ 使得对于任意的赛马赌局  $f$ 和  $g$ ,我们有:

所谓连续性,可能是指两个函数  $u(\cdot)$ 与  $(\cdot, \cdot)$ 的连续性,但该文只在较弱的意义上作定义,连续性仅仅指的是  $u(\cdot)$ 的连续性。

$$f \succsim g \Leftrightarrow \int_{\omega} \mu(\omega) E_{f_{\omega}}(u) \geq \int_{\omega} \mu(\omega) E_{g_{\omega}}(u)$$

从上式我们可以看出,按照 AA 的效用理论,决策者在计算某赛马彩票期望效用的时候,先有一个各状态分布的先验概率,而给定状态之下,则赛马彩票变成普通彩票,决策者可以按照 vNM 理论计算其期望效用,那么,决策者求出所有状态下期望效用的期望值,则是该赛马彩票的效用值。

在不完备偏好的情形下,我们在推广 AA 理论的时候,有可能需要考虑到两种无法决断的情形。一种情形是,决策者可能无法对奖品进行排序,即使决策者能够对奖品排序,也可能无法对彩票排序,总之,决策者无法确定其效用函数  $u$ ,这称为“口味不决”(indecisiveness in tastes)。第二种情形是,决策者无法正确“猜到”各状态的先验概率  $\mu$ ,这称为“信念不决”(indecisiveness in beliefs)。

Bewley (1986)详细地考察了后一种无法决断,即信念不决。但是, Bewley 并没有完全抛弃完备性公理,而是将它放松为一个部分完备性公理。所谓部分完备性公理,是指对于两个彩票  $p$  和  $q$ ,决策者要么在所有状态下都认为  $p$  优于  $q$ ,要么在所有状态下都认为  $q$  优于  $p$ 。Bewley 证明,一个定义在赛马彩票上的二元偏好满足独立性、连续性、单调性和部分完备性公理,当且仅当存在一个效用函数  $u$  和一个概率分布集合  $M$ ,使得对于任意的赛马赌局  $f$  和  $g$ ,我们有:

$$f \succsim g \Leftrightarrow \int_{\omega} \mu(\omega) E_{f_{\omega}}(u) \geq \int_{\omega} \mu(\omega) E_{g_{\omega}}(u), \forall \mu \in M$$

从上式我们可以看出,按照 Bewley 的不完备偏好期望效用理论,决策者计算某赛马彩票期望效用的过程与 AA 理论非常类似,唯一不同的是,由于存在不完备偏好,其先验概率有若干种(设为  $m$  种)可能,决策者按照每一个先验概率计算一遍,得到  $m$  个期望效用值。决策者在比较两个赛马彩票例如  $f$  和  $g$  的时候,如果对于  $m$  种先验概率,赛马彩票  $f$  都要比  $g$  的期望效用值更高,则决策者认为  $f$  比  $g$  更优。

Bewley 的不完备偏好期望效用理论取得了一定成功,并在许多领域有较为广阔的应用。一个自然的想法是,有没有一个与之“对偶”的仅仅刻画“口味不决”的不完备偏好期望效用理论呢?或者,我们能否找到一个合理的公理体系,以保证存在一个效用函数集合  $U$  和一个概率分布  $\mu$ ,使得对于任意的赛马赌局  $f$  和  $g$ ,我们有:

$$f \succsim g \Leftrightarrow \int_{\omega} \mu(\omega) E_{f_{\omega}}(u) \geq \int_{\omega} \mu(\omega) E_{g_{\omega}}(u), \forall u \in U$$

更进一步,我们能不能将这两种不决性同时考虑,发展出一种“多先验概率 - 多效用函数表示”的期望效用理论呢?换言之,我们能否找到一个合理的公理体系,以保证存在一个效用函数集合  $U$  和一个概率分布集合  $M$ ,使得对于任意的赛马赌局  $f$  和  $g$ ,我们有:

$$f \succsim g \Leftrightarrow \int_{\omega} \mu(\omega) E_{f_{\omega}}(u) \geq \int_{\omega} \mu(\omega) E_{g_{\omega}}(u), \forall u \in U, \forall \mu \in M$$

Seidenfeld, Schervish 和 Kadane (1995) 以及 Nau (2006) 回答了后一个问题,他们证明,在 AA 框架下仅仅放松完备性假设,并不会导致“多先验概率 - 多效用函数表示”的期望效用模型。然而,在加入一些公理之后, Nau 则能做出肯定的回答。Nau 把他的模型称为“多先验概率 - 多效用函数”模型,但是他所加入的公理过于复杂,很难从行为的意义上理解。

Ok 等 (2008) 则力矫此弊,试图从 AA 模型去寻找更优的刻画多先验概率 - 多效用函数模型的方法。如前所述, AA 模型的精神在于将主观不确定性转化为客观不确定性。Ok 等建议加入一个“简化公理”:对于任何一个行动  $f$ ,都存在一个先验概率  $\mu$ ,使得在任何状态下的彩票都为  $\int_{\omega} \mu(\omega) f(\omega)$  的行动,  $f^{\mu}$  与  $f$  本身无差异。在这个公理的规定之下,决策者总是能够将一个行动的结果做适当的混合,将主观不确定性转化为客观不确定性。有了这个公理, Ok 等证明了独立性公理、连续性公理和简化公理与一个单先验概率 - 多效用函数的表示等价。有意思的是,如果将简化公理放松为一个弱简化公理,即对于任何行动  $f$ ,都存在一个先验概率  $\mu$ ,使得  $f^{\mu} \succsim f$ ,那么,一个定义在  $F$  上的偏好关系满足独立性公理、连续性公理和弱简化公理,当且仅当它能够被一个多先验概率 - 单效用函数或者一个单先验概率 - 多效用函数所表示。这个发现的行为含义在于,与弱简化公理相容的偏好对决策者的不决性有较大的限制:要么是信念不决,但必须配以口味的确定;要么是口味不决,但必须配以信念的确定。当然,我们也允许信念和口味都确定的情形,这其实就是 AA 模型。

## 四、不完备偏好理论的应用举隅

### (一)行为经济学

在行为经济学研究中有一个重要现象就是现状偏倚 (status quo bias, SQB)。所谓现状偏倚,是指决策者决策时在一定程度上不愿意放弃其当下持有物的现象,这种现象与经典经济学存在较大矛盾。行为经济学家,例如 Tversky和 Kahneman (1991),一般使用“可变偏好”来解释 SQB。他们认为在 SQB情形中决策者的偏好是其参考点的函数,也即偏好可以随着参考点的变化而变化,因而事实上他们将决策者看作一组决策者的集合。在此分析框架之下,对于每一个参考点的世界而言,偏好的完备性及传递性都得以保存,且可以解释为什么决策者不愿意离开现状,以及为什么买卖意愿存在差距等行为经济学问题。Sagi(2006)则提供了一个公理化的框架,将这一模型更加完备化。

这种“可变偏好”的处理方式的缺陷在于:(1)既然决策者偏好是变化的,那么除非能够预测决策者偏好如何变化,否则就无法预测决策者的行为;(2)不同参考点之间的选择根本无法比较,对决策者进行福利分析根本是不可能的。进一步地,Mandler(2004)认为,偏好的完备性、传递性和恒定性,这三者最多只能取其二。针对这个三元悖论,Mandler权衡利弊,建议放弃完备性,而保存传递性和恒定性。其理由在于:(1)放弃恒定性的缺陷前已明言;(2)放弃传递性则会让我们理性的决策者陷入“抽钱机”难题;(3)放弃完备性,但引入 SQB,则在行为意义上决策者并不会为抽钱机而大伤脑筋。

Masatlioglu和 Ok(2005)(后称 MO)正是秉承 Mandler这一思路,来理性化 SQB现象。与 Sagi相反的是,MO采用了一个显示偏好的角度,以决策者的选择行为为起点,引入一系列规范选择行为的公理以建构其模型。当然,与 Sagi更大的区别是,MO始终坚持了偏好的恒定性,而 Sagi模型的偏好则是依赖于参考点的。MO证明,在一个合理的公理体系之下,SQB行为可以为一个多效用函数  $u: X \rightarrow R^n$  和一个严格递增函数  $f: u(X) \rightarrow R$  所表示。其中,函数  $u$ 反映了决策者偏好的不完备部分,而  $f(u)$ 则反映了决策者偏好的完备部分。具体来说,如果当下持有物  $x$ 不在选择集中,则决策者最大化普通效用函数  $f(u(x))$ 以进行选择;如果当下持有物  $x$ 在选择集中,且按照  $u$ 其他备择物都没有严格比  $x$ 更优,那么决策者仍然选择当下持有物  $x$ ,反之则选择最大化  $f(u(x))$ 的备择物,例如  $y$ 。由此可见,决策者在可以选择当下持有物  $x$ 的时候,其实是进行了两步决策。首先,决策者按照效用函数遴选出比当下持有物严格更优的备择物,如果没有,则保持当下持有物不变,选择行为结束,如果有,一般来说可能有多项,决策者则按照完备偏好的效用函数  $f(u)$ 选出最优的备择物。Tapki(2007)则将  $f(u(\cdot))$ 的函数值也定义为多维,例如  $m$ 维,且  $n > m$ ,在对 MO的公理体系作出部分修改之后,我们也可以把 SQB行为用两个多值函数  $u$ 和  $f(u)$ 来表示。套用对 MO的理解,我们认为 Tapki模型中决策者使用两个不完备偏好的效用函数进行决策,他首先使用“更加不完备偏好”的效用函数  $u$ ,再使用“不那么不完备偏好”的效用函数  $f(u)$ 。由于 Tapki模型没有使用完备偏好效用函数,因此它可以在行为的意义上区分无法决断和无差异这两种情形,这一点是 MO模型没有做到的。

当然,我们也应该看到,Ok等人用多维效用函数来表示不完备偏好,仍然把偏好视为外在给定、稳定不变的,所有可能涉及偏好的变动,都仍然被解释为约束条件的改变,因此也仍然没有超越新古典经济学的范畴。近十多年来兴起的演化经济学和神经元经济学,通过自然科学(包括生物学和心理学等)的实证手段,揭示出偏好在决策过程中的内在机制,比如镜像神经元的工作机理和神经系统的自激励机制等,这就使研究者得以认识到偏好这个“黑箱”的内部,而不仅仅是从外部作一些很难验证的假设。毫无疑问,演化经济学和神经元经济学对于人类偏好和决策的微观机理分析,将对不完备偏好理论的研究有着重要的借鉴作用。

### (二)博弈论及产业组织理论

经典的博弈论是建立在完备偏好的基础之上的,如何建立不完备性偏好的博弈理论,是摆在经济学家面前的一个新课题。虽然 Shafer和 Sonnenschein (1975)很早就抽象经济的环境下讨论了存在不完备偏好博弈的纳什均衡,但他们的重点在于存在性,而非刻画均衡可操作的性质。Bade(2005)则在这方面做出了有

参考点可能是当下持有物,也可能不是当下持有物,因而其意义更一般。

虽然决策者在  $x$ ,  $y$ 和  $z$ 之间无法决断,但是他总是偏爱现状,所以抽钱机根本无法启动。

函数值维数越大,表明决策者的偏好越不完备。

益的探索。在经典博弈论中,决策者不偏离纳什均衡,可能有两个原因,要么是其他战略比均衡战略严格劣,要么是其他战略与均衡战略无差异。而允许不完备偏好的时候,还可能会有一个原因,那就是决策者在其他某战略与均衡战略之间无法决断。这样,不完备偏好的博弈相较完备偏好的博弈而言,一般来说应该存在更多的纳什均衡。因此,当经典博弈论无法给出纳什均衡的时候,我们可以考虑这可能是因为决策者缺乏完备偏好所致。Bade证明,如果允许将决策者的不完备偏好任意地完备化,则所有完备化博弈的纳什均衡的并集就是原博弈的纳什均衡集。更进一步,如果决策者的效用函数可以为一个多效用函数所表示,则在一定条件之下,我们可以把完备化博弈限定在一个更小的范围:原博弈的纳什均衡集就是它所有线性完备化博弈的纳什均衡的并集。

当不完备偏好不能表示为一个多效用函数时,其可操作性很有限,难以应用到其他领域中去。但是,如果不完备偏好能够表示为一个多效用函数,运筹学中的多目标决策则可以大派用场。作为一个应用,Bade重新讨论了产业组织理论中的几个经典模型。经典产业组织理论认为厂商的唯一目标在于利润最大化,但是许多情况下厂商也在一定约束下进行产量最大化,如果厂商同时最大化这两个目标,则在 Cournot模型中,可能会得到弯折的反应曲线,而在具有产能约束的 Bertrand模型中,则一定可以找到唯一的纳什均衡,从而破解了所谓的 Edgeworth悖论。另外,Bade还重新考察了 Krep s和 Scheinkman (1983)模型(后称 KS)。由于 Cournot模型结论合理,但假设不合理,而 Bertrand模型假设合理,但结论不合理,KS在一个序贯的框架下综合了这两类模型,假设厂商先选择规模,再进行 Bertrand价格竞争,得到了 Cournot产量竞争的结果。Bade证明,KS的结论对于不完备偏好(多目标决策)厂商仍然是成立的。而且,KS模型依赖于非均衡路径的混合策略求解,而 Bade的多目标决策模型,则仅仅考虑纯策略均衡,也可以得到同一结果。

## 五、总结性评论

我们分别就不完备偏好显示理论和函数表示理论作出总结并加以评论。首先,从不完备偏好显示理论的发展轨迹来看,最近的研究一直致力于放松“一致性”条件。但是,放松“一致性”条件却让显示偏好失去了唯一性。而为了得到唯一性,要么是放弃二元序而转求扩展序,要么加入一些破坏传递性的条件,这在新古典经济学的框架下都是不合意的。其次,在不完备偏好的函数表示理论以及在其应用中,多效用函数方法已经成为了主流模式。由于多效用函数相当于是一个  $n$  维的向量组,它并不能保证任何的单调变换都能使得该向量值的性质不加改变。用经济学术语表达,多效用函数只具有基数性质,而不具有序数性质。因此,即使在不存在不确定性的情况下,多效用函数也只能维持仿射变换不变性,而其他的单调递增变换则可能改变偏好。如何克服这两大困难并进一步与新古典理论接轨,将是未来不完备偏好研究的发展方向。

### 参考文献:

1. 汪丁丁等主编,2007:《神经经济学:实证与挑战》,上海世纪出版集团。
2. 周小亮、笄贤流,2009:《偏好的争论、拓展与融合:理论假说与初步探讨》,《经济评论》第6期。
3. Arlegi, Ricardo, and Jorge Nieto 2001. "Incomplete Preferences and the Preference for Flexibility." *Mathematical Social Sciences*, 41 (2): 151 - 165.
4. Arrow, Kenneth 1959. "Rational Choice Functions and Orderings." *Economica*, 26 (102): 121 - 127.
5. Aumann, Robert 1962. "Utility Theory without the Completeness Axiom." *Econometrica*, 30 (3): 445 - 462.
6. Bade, Sophie 2005. "Nash Equilibrium in Games with Incomplete Preferences." *Economic Theory*, 26 (2): 309 - 332.
7. Bewley, Truman 1986. "Knightian Uncertainty Theory: Part I." Cowles Foundation Discussion Paper 807.
8. Danan, Eric 2003. "Revealed Cognitive Preference Theory." Mimeo, Université de Paris.
9. Donaldson, David, and John A. Weymark 1998. "A Quasiorordering is the Intersection of Orderings." *Journal of Economic Theory*, 78 (2): 382 - 387.
10. Dubra, Juan, Fabio Maccheroni, and Efe A. Ok 2004. "Expected Utility Theory without the Completeness Axiom." *Journal of Economic Theory*, 115 (1): 118 - 133.
11. Eliaz, Kfir, and Efe A. Ok 2002. "Indifference or Indecisiveness? Choice - theoretic Foundations of Incomplete Preferences." Mimeo, New York University.

---

Edgeworth悖论是指存在产能约束的情况下,Bertrand竞争可能不存在纳什均衡。在博弈论中,能够以纯策略解决的问题,一般来说最好不必再假以混合策略。

12. Eliaz, Kfir, and Efe A. Ok 2006 " Indifference or Indecisiveness? Choice - theoretic Foundations of Incomplete Preferences " *Games and Economic Behavior*, 56(1): 61 - 86.
13. Evren, Ozgur 2008 " On the Existence of Expected Multi - Utility Representations " *Economic Theory*, 35(3): 575 - 592.
14. Evren, Ozgur, and Efe A. Ok 2007. " On the Multi - Utility Representation of Preference Relations " Mimeo, New York University Available at <http://homepages.nyu.edu/~eo1/Papers - PDF/MU4.pdf>
15. Kreps, David 1979. " A Representation Theorem for Preference for Flexibility " *Econometrica*, 47(3): 565 - 577.
16. Kreps, David 1988. *Notes on the Theory of Choice* Boulder: Westview Press
17. Mandler, Michael 2004. " Status quo Maintenance Reconsidered: Changing or Incomplete Preferences " *Economic Journal*, 114(499): 518 - 535.
18. Mandler, Michael 2005. " Incomplete Preferences and Rational Intransitivity of Choice " *Games and Economic Behavior*, 50(2): 255 - 277.
19. Mandler, Michael 2006 " Cardinality versus Ordinality: A Suggested Compromise " *American Economic Review*, 96(4): 1114 - 1136
20. Masatlioglu, Yusufcan, and Efe A. Ok 2006 " Rational Choice with Status Quo Bias " *Journal of Economic Theory*, 121(1): 1 - 29.
21. Nau, Robert 2006 " The Shape of Incomplete Preferences " *The Annals of Statistics*, 34(5): 2430 - 2448
22. Majumdar, Mukul, and Amartya K. Sen 1976 " A Note on Representing Partial Orderings " *Review of Economic Studies*, 43(3): 543 - 545.
23. Nehring, Klaus 1997. " Rational Choice and Revealed Preference without Binariness " *Social Choice and Welfare*, 14(3): 403 - 425.
24. Ok, Efe A. 2002 " Utility Representation of an Incomplete Preference Relation " *Journal of Economic Theory*, 104(2): 429 - 449.
25. Ok, Efe A. 2007. *Real Analysis with the Economic Applications* Princeton NJ: Princeton University Press
26. Ok, Efe A., Pietro Ortoleva, and Gil Riella 2008 " Incomplete Preferences under Uncertainty: Indecisiveness in Beliefs vs Tastes " Mimeo, New York University.
27. Peleg, Bezalel 1970. " Utility Functions for Partially Ordered Topological Spaces " *Econometrica*, 38(1): 93 - 96
28. Richter, Marcel K 1966 " Revealed Preference Theory " *Econometrica*, 34(3): 635 - 645.
29. Sagi, Jacob S 2006 " Anchored Preference Relations " *Journal of Economic Theory*, 130(1): 283 - 295.
30. Seidenfeld, Teddy, Mark J. Schervish, and Joseph B. Kadane 1995. " A Representation of Partially Ordered Preferences " *Annals of Statistics*, 23(6): 2168 - 2217.
31. Sen, Amartya K 1971. " Choice Functions and Revealed Preferences " *Review of Economic Studies*, 38(3): 307 - 317.
32. Shafer, Wayne, and Hugo F. Sonnenschein, 1975. " Equilibrium in Abstract Economies without Ordered Preferences " *Journal of Mathematical Economics*, 2(3): 345 - 348
33. Tapki, İpek G 2007. " Revealed Incomplete Preferences under Status - quo Bias " *Mathematical Social Sciences*, 53(3): 274 - 283.
34. Tversky, Amos, and Daniel Kahneman 1991. " Loss Aversion in Riskless Choice: A Reference Dependent Model " *Quarterly Journal of Economics*, 106(4): 1039 - 1061.
35. von Neumann, John, and Oskar Morgenstern 1944. *Theory of Games and Economic Behavior* Princeton NJ: Princeton University Press

## An Overview of Incomplete Preference Theory and Its Applications

Shi Qi<sup>1,2</sup>, Chen Yiqing<sup>1</sup> and Chen Jian<sup>3</sup>

(1: School of Economics and Management, Nanchang University; 2: Shanghai University of Finance and Economics; 3: School of Economics and Management, Nanchang Hangkong University)

**Abstract:** Based on recent literature, this paper examines the development trend in incomplete preference revelation theory, transiting from  $\sim$ -rationalization to  $\sim$ -rationalization, and from consumption choice set to opportunity set Under the certain and uncertain economic environment, this paper also reviews the progress of incomplete preference representation theory which develops from one - dimensional to multi - dimensional functions Finally, this paper summarizes the applications of incomplete preference theory in some economic fields such as behavioral economics and game theory

**Key Words:** Incomplete Preference; Revealed Preference Theory; Preference Function

**JEL Classification:** B21, D01

(责任编辑:彭爽)