价值转形:一个伪问题

冯金华

摘要:在生产技术不变和生产的技术矩阵行列式不等于零的假定条件下可以证明,如果整个经济的平均利润总量与剩余价值总量相等,且生产价格总量与价值总量相等,则每一部门的单位生产价格与相应的单位价值也相等。换句话说,在所给的相当宽松的技术条件下,所谓的价值转形,只能转形为与自己在数量上相等的生产价格。从这个意义上说,价值转形问题实际上是一个伪问题。

关键词:价值　生产价格　转形　伪问题

一、引言

自从马克思的《资本论》出版之后,价值转形为生产价格的问题一直困扰着众多的经济学家(张忠任,2004;白暴力,2006)。近年来的研究包括:Saad - Filho(1997)通过描述各部门资本有机构成的百分比同部门利润率之间的关系,讨论了利润的平均化过程,从而说明"两个总量"可以相等;Kliman 与 Mcglone(1999)提出在价值体系和生产价格体系之间建立某种联系,从而把两个体系变成一个体系。我国学者较为著名的观点有:张忠任(2001)、白暴力(2006)、丁堡骏(1995)、岳宏志和寇雅玲(2005)、朱奎(2004)等。各种答案层出不穷,却没有公认的成功。

传统上,所谓"价值转形"问题,就是要求在利润平均化之后,平均利润总量等于剩余价值总量以及生产价格总量等于价值总量(简称"两个总量相等"),尽管每一部门获得的平均利润不再等于它的剩余价值,特别是,每一部门的单位生产价格不再等于它的单位价值。然而,本文却证明:在满足两个总量相等以及某些相当宽松的技术假定条件下,每一部门的单位生产价格与单位价值总是相等的;反之,如果每一部门的单位生产价格与单位价值不相等,则整个经济的生产价格总量与价值总量也不会相等。因此,如果说有所谓的价值转形,则每一部门的价值都只是转形为在数量上与自己完全相等的生产价格。从这个意义上说,价值到生产价格的转形不过是一种"假转形",或者不如说,价值转形实际上是一个"伪问题"。[①]本文关于技术的假定主要包括两项:第一,生产的技术不变;[②]第二,生产的技术矩阵行列式不等于零。[③]

二、简单再生产

为了说明简单再生产条件下价值与生产价格的关系,我们先来讨论整个经济只划分为两大部类的简单模型,然后再分析两大部类细分为多个部门的更加一般的情况。

1. 价值体系

马克思关于社会总产品实物构成和价值构成的基本理论可用如下模型概括:

$$c_1 + v_1 + m_1 = w_1$$

$$c_2 + v_2 + m_2 = w_2$$

在该模型中,第一个等式描述了生产生产资料的第 I部类的行为:它使用不变资本 c_1 和可变资本 v_1 生产了一个包括剩余价值 m_1 在内的生产资料价值 w_1 ——c_1 和 v_1 分别是第 I部类生产 w_1 时消耗掉的第 I和第 II部类的产品价值。第二个等式描述了生产消费资料的第 II部类的行为:它使用不变资本 c_2 和可变资本 v_2 生产了一个包括剩余价值 m_2 在内的消费资料价值 w_2 ——c_2 和 v_2 分别是第 II部类生产 w_2 时消耗掉的第 I和第 II部类的产品价值。

进一步来看,每一部类的价值总量 w_i $(i = 1, 2)$ 又可以分解为相应的单位价值量(用 z_i 表示)和产量(用 q_i 表示)的乘积,即有 $w_i = z_i q_i$。其中,每一部类的产量都同时需要两大部类的产品作为投入。例

如,假定第Ⅰ部类每生产一单位生产资料所消耗的第Ⅰ和第Ⅱ部类的产品数量分别为 a_{11} 和 a_{21},则它生产 q_1 的生产资料所消耗的第Ⅰ和第Ⅱ部类的产品数量就等于 $a_{11}q_1$ 和 $a_{21}q_1$,相应的价值量分别为 $z_1a_{11}q_1$ 和 $z_2a_{21}q_1$;另一方面,如果假定第Ⅱ部类每生产一单位消费资料所消耗的第Ⅰ和第Ⅱ部类的产品数量分别为 a_{12} 和 a_{22},则它生产 q_2 的消费资料所消耗的第Ⅰ和第Ⅱ部类的产品数量就等于 $a_{12}q_2$ 和 $a_{22}q_2$,相应的价值量分别为 $z_1a_{12}q_2$ 和 $z_2a_{22}q_2$。

于是,马克思的社会总产品构成模型可以变换为如下等价的、但明确包括技术关系在内的价值体系:

$$z_1a_{11}q_1 + z_2a_{21}q_1 + m_1 = z_1q_1$$

$$z_1a_{12}q_2 + z_2a_{22}q_2 + m_2 = z_2q_2$$

需要注意的是,在上面的等式中,各个系数 a_{ij} 尽管出现在以价值表示的关系之中,但实际上,却是由实物量的比率决定的,因而,反映的是两大部类之间的技术关系。[④]

考虑到经济上的合理性,这里需要规定:$a_{ij} > 0$[⑤] $(i, j = 1, 2)$ 以及 $z_1a_{11} + z_2a_{21} < z_1$、$z_1a_{12} + z_2a_{22} < z_2$。它们表示,整个经济生产的总产品在补偿原来的生产消耗之后还有剩余——这些剩余可被用于积累(包括追加的生产资料和追加工人的消费资料)或资本所有者的个人消费。

为了使生产能够按照原有的规模持续下去,即进行简单再生产,两大部类之间必须保持一定的比例关系。这个比例关系是:第Ⅰ部类的可变资本与剩余价值之和等于第Ⅱ部类的不变资本,即:

$$z_2a_{21}q_1 + m_1 = z_1a_{12}q_2$$

根据比例关系进行两大部类之间的交换,可进一步把社会总产品构成的价值体系转换为如下的联立方程组:

$$z_1a_{11}q_1 + z_1a_{12}q_2 = z_1q_1$$

$$z_2a_{21}q_1 + z_2a_{22}q_2 + m_1 + m_2 = z_2q_2$$

由于单位价值量一般不等于零,[⑥]故用第一个等式除以 z_1、第二个等式除以 z_2 后得到:

$$a_{11}q_1 + a_{12}q_2 = q_1$$

$$a_{21}q_1 + a_{22}q_2 + m/z_2 = q_2 \quad (m = m_1 + m_2)$$

上式是相应于两部类经济价值体系的实物结构方程——其中的每一项(包括 m/z_2)表示的都是"实物"。例如,在第二个方程中,等式右边的 q_2 表示消费资料的产出量,左边的 $a_{21}q_1 + a_{22}q_2 + m/z_2$ 表示消费资料的消耗量:$a_{21}q_1$ 是第Ⅰ部类生产 q_1 时消耗的消费资料数量,$a_{22}q_2$ 是第Ⅱ部类生产 q_2 时消耗的消费资料数量,m/z_2 是全体资本所有者消费的消费资料数量。整个方程意味着,在均衡时,消费资料的生产等于消费资料的消耗(包括生产消耗和普通消费)。同理,第一个方程意味着,在均衡时,生产资料的生产等于生产资料的消耗。

为方便起见,我们把上述的实物结构方程更加"整洁"地表示为:

$$\begin{cases}(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2 = 0 \\ -a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2 = m/z_2\end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

2. 生产价格体系

马克思的社会总产品构成模型是建立在价值的基础之上的,因而,由它推导出来的是所谓的价值体系。

然而,我们也可以用生产价格来表示社会总产品的构成,并推导相应的生产价格体系。例如,假定第Ⅰ和第Ⅱ部类生产的产品的生产价格数量分别为 $\bar{w}_1$ 和 $\bar{w}_2$。其中,$\bar{w}_1$ 由 $\bar{c}_1$、$\bar{v}_1$ 和 $\bar{m}_1$ 构成——$\bar{c}_1$ 和 $\bar{v}_1$ 分别代表第Ⅰ部类生产 $\bar{w}_1$ 时所消耗的生产资料和消费资料的生产价格,二者之和 $\bar{c}_1 + \bar{v}_1$ 是它的成本价格,$\bar{m}_1$ 为平均利润;$\bar{w}_2$ 由 $\bar{c}_2$、$\bar{v}_2$ 和 $\bar{m}_2$ 构成——$\bar{c}_2$ 和 $\bar{v}_2$ 分别代表第Ⅱ部类生产 $\bar{w}_2$ 时所消耗的生产资料和消费资料的生产价格,二者之和 $\bar{c}_2 + \bar{v}_2$ 是它的成本价格,$\bar{m}_2$ 为平均利润。于是,社会总产品的实物构成和生产价格构成可表示为:

$$\bar{c}_1 + \bar{v}_1 + \bar{m}_1 = \bar{w}_1$$

$$\bar{c}_2 + \bar{v}_2 + \bar{m}_2 = \bar{w}_2$$

每一部类的生产价格数量 $\bar{w}_i$ $(i = 1, 2)$ 也可以进一步分解为单位生产价格(用 p_i 表示)和产量 q_i 的乘积,即有 $\bar{w}_i = p_iq_i$。

由于我们假定技术是不变的,故从价值到生产价格的变化不会影响经济的技术系数。换句话说,现在第Ⅰ部类每生产一单位生产资料所消耗的第Ⅰ和第Ⅱ部类的产品数量仍然为 a_{11} 和 a_{21},从而,它生产 q_1 的生产资料所消耗的第Ⅰ和第Ⅱ部类的产品数量仍然为 $a_{11}q_1$ 和 $a_{21}q_1$,但相应的生产价格消耗则为 $p_1a_{11}q_1$ 和 $p_2a_{21}q_1$;同样,第Ⅱ部类每生产一单位消费资料所消耗的第Ⅰ和第Ⅱ部类的产品数量仍然为 a_{12} 和 a_{22},从而,它生产 q_2 的消费资料所消耗的第Ⅰ和第Ⅱ部类的产品数量仍然为 $a_{12}q_2$ 和 $a_{22}q_2$,但相应的生产价格消耗则为 $p_1a_{12}q_2$ 和 $p_2a_{22}q_2$。于是又得到如下等价的、但明确包括技术关系在内的生产价格体系:

$$p_1a_{11}q_1 + p_2a_{21}q_1 + \bar{m}_1 = p_1q_1$$

$$p_1a_{12}q_2 + p_2a_{22}q_2 + \bar{m}_2 = p_2q_2$$

相应地,简单再生产条件变化为:

$$p_2a_{21}q_1 + \bar{m}_1 = p_1a_{12}q_2$$

再根据简单再生产条件进行两大部类之间的交换,即可进一步把社会总产品构成的生产价格体系转换为如下的联立方程组:

$$p_1a_{11}q_1 + p_1a_{12}q_2 = p_1q_1$$

$$p_2a_{21}q_1 + p_2a_{22}q_2 + \bar{m} = p_2q_2 \quad (\bar{m} = \bar{m}_1 + \bar{m}_2)$$

由于单位生产价格一般也不等于零,故上式可简化为:

$$a_{11}q_1 + a_{12}q_2 = q_1$$

$$a_{21}q_1 + a_{22}q_2 + \bar{m}/p_2 = q_2$$

或者

$$\begin{aligned} &(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2 = 0 \\ &-a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2 = \bar{m}/p_2 \end{aligned} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

这是相应于两部类经济生产价格体系的实物结构方程——其中的每一项(包括 $\bar{m}/p_2$)表示的也都是"实物"。

通过比较生产价格体系的实物结构方程(2)式和价值体系的实物结构方程(1)式容易发现,二者的区别仅在于第二个方程等号右边的那一项。于是有:[7]

$$\frac{\bar{m}}{p_2} = \frac{m}{z_2}$$

它意味着以实物形式表示的平均利润 $\bar{m}/p_2$ 等于以实物形式表示的剩余价值 m/z_2。

根据平均利润总量等于剩余价值总量的假定(即 $\bar{m} = m$),由上式可得 $p_2 = z_2$;再根据 $p_2 = z_2$ 以及生产价格总量等于价值总量的假定(即 $p_1q_1 + p_2q_2 = z_1q_1 + z_2q_2$),又可得 $p_1 = z_1$。于是得到结论:在简单再生产的两部类经济中,每一部类的生产价格都等于相应的价值。[8]

3. 三部门经济

为了推导简单再生产条件下多部门经济的价值体系和生产价格体系(以及相应的实物结构方程),并说明在利润平均化之后,每一部门的生产价格均与原来的价值相等,从而说明简单再生产条件下不存在所谓的价值转形问题,我们从三个部门的社会总产品构成开始讨论,然后把所得到的结论推广到多个部门的一般情况。

为方便起见,假定部门 1 和部门 2 生产生产资料,部门 3 生产消费资料。于是,三部门经济的社会总产品构成可表示为:

$$c_{11} + \underset{1}{\underline{c_{21}}} + \underset{2}{\underline{v_1 + m_1}} = w_1$$

$$\underset{1}{\underline{c_{12}}} + c_{22} + \underset{3}{\underline{v_2 + m_2}} = w_2$$

$$\underset{2}{\underline{c_{13}}} + \underset{3}{\underline{c_{23}}} + v_3 + m_3 = w_3$$

其中,w_i $(i = 1,2,3)$ 代表第 i 个部门的产品价值。它也由三个部分组成,即不变资本 $c_{1i} + c_{2i}$、可变资本 v_i 和剩余价值 m_i。与两部类经济的区别是:现在的不变资本还要一分为二,即分为 c_{1i} 和 c_{2i}。它们分别代表第 i 个部门消耗掉的来自第一和第二部门的生产资料的价值。

简单再生产要求三个部门之间必须保持一定的比例关系,并按照这些比例关系进行相互交换。为看得更加清楚,我们用下划线标出了所有需要参与部门之间交换的项目,并在需要相互交换的项目下标上了相同的数字。

仿照对两部类经济的讨论,通过引入投入系数,同样可以把三部门经济的社会总产品构成模型变换为如下等价的、但明确包括技术关系在内的价值体系:

$$z_1a_{11}q_1 + \underset{1}{\underline{z_2a_{21}q_1}} + \underset{2}{\underline{z_3a_{31}q_1 + m_1}} = z_1q_1$$

$$\underset{1}{\underline{z_1a_{12}q_2}} + z_2a_{22}q_2 + \underset{3}{\underline{z_3a_{32}q_2 + m_2}} = z_2q_2$$

$$\underset{2}{\underline{z_1a_{13}q_3}} + \underset{3}{\underline{z_2a_{23}q_3}} + z_3a_{33}q_3 + m_3 = z_3q_3$$

根据三部门简单再生产的基本条件互换各项目后有:

$$z_1a_{11}q_1 + z_1a_{12}q_2 + z_1a_{13}q_3 = z_1q_1$$

$$z_2a_{21}q_1 + z_2a_{22}q_2 + z_2a_{23}q_3 = z_2q_2$$

$$z_3a_{31}q_1 + z_3a_{32}q_2 + z_3a_{33}q_3 + m = z_3q_3$$

或者

$$\begin{aligned} &(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2 - a_{13}q_3 = 0 \\ &-a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2 - a_{23}q_3 = 0 \quad \cdots\cdots\cdots (3) \\ &-a_{31}q_1 - a_{32}q_2 + (1 - a_{33})q_3 = m/z_3 \quad (m = m_1 + m_2 + m_3) \end{aligned}$$

这就是相应于简单再生产条件下三部门经济价值体系的实物结构方程。

同理可得相应的生产价格体系的实物结构方程:

$$\begin{aligned} &(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2 - a_{13}q_3 = 0 \\ &-a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2 - a_{23}q_3 = 0 \quad \cdots\cdots\cdots (4) \end{aligned}$$

$-a_{31}q_1 - a_{32}q_2 + (1 - a_{33})q_3 = \overline{m}/p_3 \quad (\overline{m} = \overline{m}_1 + \overline{m}_2 + \overline{m}_3)$

其中,$\overline{m}_i$ 是第 i 个部门的平均利润。

通过比较生产价格体系的实物结构方程(4)式和价值体系的实物结构方程(3)式可知:

$$\frac{\overline{m}}{p_3} = \frac{m}{z_3} \cdots\cdots (5)$$

现在来证明:在简单再生产条件下的三部门经济中,每一部门的单位生产价格和单位价值均相等。

首先,根据平均利润总量等于剩余价值总量的假定,从(5)式可直接得到 $p_3 = z_3$。

其次,根据 $p_3 = z_3$,三部门经济中生产价格总量等于价值总量的条件为:

$$p_1q_1 + p_2q_2 + p_3q_3 = z_1q_1 + z_2q_2 + z_3q_3$$

可简化为:

$$p_1q_1 + p_2q_2 = z_1q_1 + z_2q_2$$

或者

$$(p_1 - z_1)q_1 + (p_2 - z_2)q_2 = 0$$

再利用生产价格体系和价值体系的简单再生产基本条件:

$$z_1a_{12}q_2 = z_2a_{21}q_1, \quad p_1a_{12}q_2 = p_2a_{21}q_1$$

或者

$$z_1 = \frac{a_{21}q_1}{a_{12}q_2}z_2, \quad p_1 = \frac{a_{21}q_1}{a_{12}q_2}p_2$$

可得:

$$\left(\frac{a_{21}q_1}{a_{12}q_2}p_2 - \frac{a_{21}q_1}{a_{12}q_2}z_2\right)q_1 + (p_2 - z_2)q_2 = 0$$

亦即

$$(p_2 - z_2)(a_{21}q_1^2 + a_{12}q_2^2) = 0$$

由于 $a_{21}q_1^2 + a_{12}q_2^2 \neq 0$,故上式意味着 $p_2 - z_2 = 0$,即部门 2 的单位生产价格等于它的单位价值。

最后,根据 $p_3 = z_3$ 和 $p_2 = z_2$,生产价格总量等于价值总量的条件进一步简化为:

$$(p_1 - z_1)q_1 = 0$$

从而有 $p_1 - z_1 = 0$,即部门 1 的单位生产价格等于它的单位价值。

4. 一般情况

以上对三部门经济的讨论可以直接推广到 n (n > 3)个部门的一般情况中去。n 部门经济的价值体系可表示为:

$$z_1a_{11}q_1 + z_2a_{21}q_1 + \cdots + z_na_{n1}q_1 + m_1 = z_1q_1$$
$$z_1a_{12}q_2 + z_2a_{22}q_2 + \cdots + z_na_{n2}q_2 + m_2 = z_2q_2$$
$$\cdots\cdots$$
$$z_1a_{1n}q_n + z_2a_{2n}q_n + \cdots + z_na_{nn}q_n + m_n = z_nq_n$$

相应的简单再生产条件为:

$$z_ia_{ij}q_j = z_ja_{ji}q_i, \quad z_na_{ni}q_i + m_i = z_ia_{in}q_n$$
$$(i, j = 1, \cdots n)$$

根据 n 部门简单再生产条件的要求互换各项目后得到:

$$z_1a_{11}q_1 + z_1a_{12}q_2 + \cdots + z_1a_{1n}q_n = z_1q_1$$
$$z_2a_{21}q_1 + z_2a_{22}q_2 + \cdots + z_2a_{2n}q_n = z_2q_2$$
$$\cdots\cdots$$
$$z_na_{n1}q_1 + z_na_{n2}q_2 + \cdots + z_na_{nn}q_n + m = z_nq_n$$

于是,价值体系的实物结构方程为:

$$(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2 - \cdots - a_{1n}q_n = 0$$
$$-a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2 - \cdots - a_{2n}q_n = 0$$
$$-a_{n1}q_1 - a_{n2}q_2 - \cdots + (1 - a_{nn})q_n = m/z_n$$
$$(m = m_1 + \cdots + m_n)$$
$$\cdots\cdots (6)$$

相应地,生产价格体系的实物结构方程为:

$$(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2 - \cdots - a_{1n}q_n = 0$$
$$-a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2 - \cdots - a_{2n}q_n = 0$$
$$-a_{n1}q_1 - a_{n2}q_2 - \cdots + (1 - a_{nn})q_n = \overline{m}/p_n$$
$$(\overline{m} = \overline{m}_1 + \cdots + \overline{m}_n)$$
$$\cdots\cdots (7)$$

生产价格体系的实物结构方程(7)式和价值体系的实物结构方程(6)式意味着:

$$\frac{\overline{m}}{p_n} = \frac{m}{z_n}$$

于是,当 $\overline{m} = m$ 时,有 $p_n = z_n$。再利用 n 部门经济中生产价格总量等于价值总量的条件以及简单再生产的条件:$z_ia_{ij}q_j = z_ja_{ji}q_i$ $(i, j = 1, \cdots n)$,即可求得:

$$p_i = z_i \quad (i = 1, \cdots, n - 1)$$

三、扩大再生产

每一部门的单位生产价格和单位价值恒相等的结论不仅在简单再生产的条件下成立,而且在扩大再生产的条件下也成立。和讨论简单再生产一样,我们下面的分析也从相对简单的两部类经济开始。

1. 两部类经济

如前所说,关于两大部类社会总产品的价值体系可以写成:

$$z_1a_{11}q_1 + z_2a_{21}q_1 + m_1 = z_1q_1$$
$$z_1a_{12}q_2 + z_2a_{22}q_2 + m_2 = z_2q_2$$

其中,$z_1a_{11}q_1$ 和 $z_2a_{21}q_1$ 是第 Ⅰ部类的不变资本和可变资本;$z_1a_{12}q_2$ 和 $z_2a_{22}q_2$ 是第 Ⅱ部类的不变资本和可变资本。现在考虑它在积累之后的变化。

首先,假定两大部类的剩余价值用于积累的比率分别为 s_1 和 s_2。[9]于是有:

$$z_1a_{11}q_1 + z_2a_{21}q_1 + s_1m_1 + (1 - s_1)m_1 = z_1q_1$$

$$z_1a_{12}q_2 + z_2a_{22}q_2 + s_2m_2 + (1 - s_2)m_2 = z_2q_2$$

这里,s_im_i 和 $(1 - s_i)m_i$ 分别是用于资本积累和资本所有者个人消费的剩余价值。

其次,再假定两大部类的积累中用于不变资本的比率分别为 θ_1 和 θ_2,用于可变资本的比率分别为 $(1 - \theta_1)$ 和 $(1 - \theta_2)$。于是又有:

$$z_1a_{11}q_1 + z_2a_{21}q_1 + \theta_1s_1m_1 + (1 - \theta_1)s_1m_1 + (1 - s_1)m_1 = z_1q_1$$

$$z_1a_{12}q_2 + z_2a_{22}q_2 + \theta_2s_2m_2 + (1 - \theta_2)s_2m_2 + (1 - s_2)m_2 = z_2q_2$$

这里,$\theta_is_im_i$ 和 $(1 - \theta_i)s_im_i$ 分别是新增加的不变资本和可变资本。

把性质相同的原有资本和新增资本合在一起并整理得:

$$(z_1a_{11}q_1 + \theta_1s_1m_1) + \underline{[z_2a_{21}q_1 + (1 - \theta_1)s_1m_1] + (1 - s_1)m_1} = z_1q_1$$

$$\underline{z_1a_{12}q_2 + \theta_2s_2m_2} + [z_2a_{22}q_2 + (1 - \theta_2)s_2m_2] + (1 - s_2)m_2 = z_2q_2$$

根据扩大再生产的要求,标有下划线的项目需要相互交换。互换之后的结果为:

$$z_1a_{11}q_1 + z_1a_{12}q_2 + \theta_1s_1m_1 + \theta_2s_2m_2 = z_1q_1$$

$$z_2a_{21}q_1 + z_2a_{22}q_2 + (1 - \theta_1)s_1m_1 + (1 - s_1)m_1 + (1 - \theta_2)s_2m_2 + (1 - s_2)m_2 = z_2q_2$$

或者

$$a_{11}q_1 + a_{12}q_2 + (\theta_1s_1m_1 + \theta_2s_2m_2)/z_1 = q_1$$

$$a_{21}q_1 + a_{22}q_2 + [(1 - \theta_1s_1)m_1 + (1 - \theta_2s_2)m_2]/z_2 = q_2$$

于是得到扩大再生产条件下两部类经济价值体系的实物结构方程:

$$\begin{aligned}(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2 &= \Delta_1/z_1\\ -a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2 &= \Delta_2/z_2\end{aligned} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

这里,

$$\Delta_1 = \theta_1s_1m_1 + \theta_2s_2m_2$$

$$\Delta_2 = (1 - \theta_1s_1)m_1 + (1 - \theta_2s_2)m_2$$

相应地,生产价格体系的实物结构方程可写为:

$$\begin{aligned}(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2 &= \boldsymbol{\Delta}_1/p_1\\ -a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2 &= \boldsymbol{\Delta}_2/p_2\end{aligned} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

这里,

$$\boldsymbol{\Delta}_1 = \theta_1s_1\bar{m}_1 + \theta_2s_2\bar{m}_2$$

$$\boldsymbol{\Delta}_2 = (1 - \theta_1s_1)\bar{m}_1 + (1 - \theta_2s_2)\bar{m}_2$$

生产价格体系的实物结构方程(9)和价值体系的实物结构方程(8)意味着:

$$\frac{\boldsymbol{\Delta}_1}{p_1} = \frac{\Delta_1}{z_1}, \frac{\boldsymbol{\Delta}_2}{p_2} = \frac{\Delta_2}{z_2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

如果实物结构方程的技术矩阵行列式

$$\begin{vmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$$

则由(10)式和生产价格总量等于价值总量的条件可以证明,在扩大再生产的情况下,每一部类的单位生产价格也与单位价值相等。

首先,由(9)式和(8)式分别得到:

$$p_1 = \frac{\boldsymbol{\Delta}_1}{(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2}, p_2 = \frac{\boldsymbol{\Delta}_2}{-a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2}$$

$$z_1 = \frac{\Delta_1}{(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2}, z_2 = \frac{\Delta_2}{-a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2}$$

于是,生产价格总量等于价值总量的条件可以写为:

$$\frac{q_1(\boldsymbol{\Delta}_1 - \Delta_1)}{(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2} = -\frac{q_2(\boldsymbol{\Delta}_2 - \Delta_2)}{-a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

其次,技术矩阵行列式不等于零意味着方程组

$$(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2 = 0$$

$$-a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2 = 0$$

没有非零解。换句话说,函数 $(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2$ 与 $-a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2$ 不可能成比例。如果它们成比例,上面的两个方程中就有一个是多余的。删除多余的那个之后,就会出现"自由变量",从而有非零解。由于 $(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2$ 与 $-a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2$ 不成比例,故由(11)式可得 $q_1(\boldsymbol{\Delta}_1 - \Delta_1) = 0$ 和 $q_2(\boldsymbol{\Delta}_2 - \Delta_2) = 0$,亦即 $\boldsymbol{\Delta}_1 - \Delta_1 = 0$ 和 $\boldsymbol{\Delta}_2 - \Delta_2 = 0$。[10]否则,就会出现矛盾的结果。例如,设它们不等于零,则可以解出:

$$(1 - a_{11})q_1 - a_{12}q_2 = -\frac{q_1(\boldsymbol{\Delta}_1 - \Delta_1)}{q_2(\boldsymbol{\Delta}_2 - \Delta_2)}[-a_{21}q_1 + (1 - a_{22})q_2]$$

这意味着,第一个函数是第二个函数的某个倍数。

最后,根据(10)式,当 $\boldsymbol{\Delta}_1 = \Delta_1$ 和 $\boldsymbol{\Delta}_2 = \Delta_2$ 时,有 $p_1 = z_1$ 和 $p_2 = z_2$。

2. 三部门经济

在三部门经济中,社会总产品构成的价值体系为:

$$z_1a_{11}q_1 + z_2a_{21}q_1 + z_3a_{31}q_1 + m_1 = z_1q_1$$

$$z_1a_{12}q_2 + z_2a_{22}q_2 + z_3a_{32}q_2 + m_2 = z_2q_2$$

$$z_1a_{13}q_3 + z_2a_{23}q_3 + z_3a_{33}q_3 + m_3 = z_3q_3$$

为方便起见,我们称 $a_{1i}q_i$、$a_{2i}q_i$ 和 $a_{3i}q_i$ 为部门 i 中的资本 1、资本 2 和资本 3。其中,资本 1 和资本 2 为不变资本,资本 3 为可变资本。

考虑积累之后有:

$$z_1a_{11}q_1+z_2a_{21}q_1+z_3a_{31}q_1+\theta_{11}s_1m_1+\theta_{21}s_1m_1+\theta_{31}s_1m_1+(1-s_1)m_1=z_1q_1$$

$$z_1a_{12}q_2+z_2a_{22}q_2+z_3a_{32}q_2+\theta_{12}s_2m_2+\theta_{22}s_2m_2+\theta_{32}s_2m_2+(1-s_2)m_2=z_2q_2$$

$$z_1a_{13}q_3+z_2a_{23}q_3+z_3a_{33}q_3+\theta_{13}s_3m_3+\theta_{23}s_3m_3+\theta_{33}s_3m_3+(1-s_3)m_3=z_3q_3$$

这里,s_i 是部门 i 的剩余积累率;θ_{1i}、θ_{2i} 和 θ_{3i} 是部门 i 的积累中用于资本 1、资本 2 和资本 3 的比率——它们反映了追加资本的构成;$\theta_{1i}s_i$、$\theta_{2i}s_i$ 和 $\theta_{3i}s_i$ 是部门 i 中剩余价值转化为资本 1、资本 2 和资本 3 的比率。显然有:$\theta_{1i}+\theta_{2i}+\theta_{3i}=1$。

将上式中的同类资本归在一起得:

$$(z_1a_{11}q_1+\theta_{11}s_1m_1)+\underbrace{z_2a_{21}q_1+\theta_{21}s_1m_1}_{1}+\underbrace{z_3a_{31}q_1+\theta_{31}s_1m_1+(1-s_1)m_1}_{2}=z_1q_1$$

$$\underbrace{z_1a_{12}q_2+\theta_{12}s_2m_2}_{1}+(z_2a_{22}q_2+\theta_{22}s_2m_2)+\underbrace{z_3a_{32}q_2+\theta_{32}s_2m_2+(1-s_2)m_2}_{3}=z_2q_2$$

$$\underbrace{z_1a_{13}q_3+\theta_{13}s_3m_3}_{2}+\underbrace{z_2a_{23}q_3+\theta_{23}s_3m_3}_{3}+[z_3a_{33}q_3+\theta_{33}s_3m_3+(1-s_3)m_3]=z_3q_3$$

其中,下划线下数字相同的两项需互相交换。互换之后再经整理得到:

$$z_1a_{11}q_1+\theta_{11}s_1m_1+z_1a_{12}q_2+\theta_{12}s_2m_2+z_1a_{13}q_3+\theta_{13}s_3m_3=z_1q_1$$

$$z_2a_{21}q_1+\theta_{21}s_1m_1+z_2a_{22}q_2+\theta_{22}s_2m_2+z_2a_{23}q_3+\theta_{23}s_3m_3=z_2q_2$$

$$z_3a_{31}q_1+\theta_{31}s_1m_1+(1-s_1)m_1+z_3a_{32}q_2+\theta_{32}s_2m_2+(1-s_2)m_2+z_3a_{33}q_3+\theta_{33}s_3m_3+(1-s_3)m_3=z_3q_3$$

于是得到扩大再生产条件下三部门经济价值体系的实物结构方程:

$$\begin{aligned}&(1-a_{11})q_1-a_{12}q_2-a_{13}q_3=\Delta_1/z_1\\&-a_{21}q_1+(1-a_{22})q_2-a_{23}q_3=\Delta_2/z_2\quad\cdots\cdots(12)\\&-a_{31}q_1-a_{32}q_2+(1-a_{33})q_3=\Delta_3/z_3\end{aligned}$$

这里,

$$\Delta_1=\theta_{11}s_1m_1+\theta_{12}s_2m_2+\theta_{13}s_3m_3$$

$$\Delta_2=\theta_{21}s_1m_1+\theta_{22}s_2m_2+\theta_{23}s_3m_3$$

$$\Delta_3=(1-\theta_{11}s_1-\theta_{21}s_1)m_1+(1-\theta_{12}s_2-\theta_{22}s_2)m_2+(1-\theta_{13}s_3-\theta_{23}s_3)m_3$$

相应地,生产价格体系的实物结构方程可写为:

$$\begin{aligned}&(1-a_{11})q_1-a_{12}q_2-a_{13}q_3=\mathit{\Delta}_1/p_1\\&-a_{21}q_1+(1-a_{22})q_2-a_{23}q_3=\mathit{\Delta}_2/p_2\\&-a_{31}q_1-a_{32}q_2+(1-a_{33})q_3=\mathit{\Delta}_3/p_3\end{aligned}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

这里,

$$\mathit{\Delta}_1=\theta_{11}s_1\bar{m}_1+\theta_{12}s_2\bar{m}_2+\theta_{13}s_3\bar{m}_3$$

$$\mathit{\Delta}_2=\theta_{21}s_1\bar{m}_1+\theta_{22}s_2\bar{m}_2+\theta_{23}s_3\bar{m}_3$$

$$\mathit{\Delta}_3=(1-\theta_{11}s_1-\theta_{21}s_1)\bar{m}_1+(1-\theta_{12}s_2-\theta_{22}s_2)\bar{m}_2+(1-\theta_{13}s_3-\theta_{23}s_3)\bar{m}_3$$

生产价格体系的实物结构方程(13)式和价值体系的实物结构方程(12)式意味着:

$$\frac{\mathit{\Delta}_1}{p_1}=\frac{\Delta_1}{z_1},\ \frac{\mathit{\Delta}_2}{p_2}=\frac{\Delta_2}{z_2},\ \frac{\mathit{\Delta}_3}{p_3}=\frac{\Delta_3}{z_3}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

与两部类情况相同,由(13)式和(12)式解出 z_i 和 p_i,则生产价格总量等于价值总量的条件可以写成:

$$\frac{q_1(\mathit{\Delta}_1-\Delta_1)}{b_1}+\frac{q_2(\mathit{\Delta}_2-\Delta_2)}{b_2}+\frac{q_3(\mathit{\Delta}_3-\Delta_3)}{b_3}=0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

这里,

$$b_1=(1-a_{11})q_1-a_{12}q_2-a_{13}q_3$$

$$b_2=-a_{21}q_1+(1-a_{22})q_2-a_{23}q_3$$

$$b_3=-a_{31}q_1-a_{32}q_2+(1-a_{33})q_3$$

另一方面,技术矩阵行列式

$$\begin{vmatrix}1-a_{11}&-a_{12}&-a_{13}\\-a_{21}&1-a_{22}&-a_{23}\\-a_{31}&-a_{32}&1-a_{33}\end{vmatrix}\neq0$$

意味着方程组

$$b_1=(1-a_{11})q_1-a_{12}q_2-a_{13}q_3=0$$

$$b_2=-a_{21}q_1+(1-a_{22})q_2-a_{23}q_3=0$$

$$b_3=-a_{31}q_1-a_{32}q_2+(1-a_{33})q_3=0$$

没有非零解,从而,函数组 b_1、b_2 和 b_3 相互不成比例。于是,由(15)式可得 $\mathit{\Delta}_1-\Delta_1$、$\mathit{\Delta}_2-\Delta_2$ 和 $\mathit{\Delta}_3-\Delta_3$ 均为零。再由(14)式即知 $p_1=z_1$、$p_2=z_2$ 和 $p_3=z_3$。

3. 一般情况

根据三部门经济价值体系和生产价格体系的实物结构方程,不难推断相应的 $n(n>3)$ 部门经济价值体系和生产价格体系的实物结构方程以及它们之

间的关系。

首先，三部门经济价值体系和生产价格体系的实物结构方程可以直接扩展成 n 部门经济价值体系和生产价格体系的实物结构方程：

$$\begin{cases}(1-a_{11})q_1-\cdots-a_{1n}q_n=\Delta_1/z_1\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ -a_{n1}q_1-\cdots+(1-a_{1n})q_n=\Delta_n/z_n\end{cases}$$

$$\begin{cases}(1-a_{11})q_1-\cdots-a_{1n}q_n=\bar{\Delta}_1/p_1\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ -a_{n1}q_1-\cdots+(1-a_{1n})q_n=\bar{\Delta}_n/p_n\end{cases}$$

其中，

$$\Delta_i=\theta_{i1}s_1m_1+\cdots+\theta_{in}s_nm_n$$

$$\bar{\Delta}_i=\theta_{i1}s_1\bar{m}_1+\cdots+\theta_{in}s_n\bar{m}_n\quad(i=1,\cdots,n-1)$$

$$\Delta_n=(1-\theta_{i1}s_1-\cdots-\theta_{n-1,1}s_1)m_1+\cdots+(1-\theta_{1n}s_n-\cdots-\theta_{n-1,n}s_n)m_n$$

$$\bar{\Delta}_n=(1-\theta_{11}s_1-\cdots-\theta_{n-1,1}s_1)\bar{m}_1+\cdots+(1-\theta_{1n}s_n-\cdots-\theta_{n-1,n}s_n)\bar{m}_n$$

于是有：

$$\frac{\bar{\Delta}_i}{p_i}=\frac{\Delta_i}{z_i}\quad(i=1,\cdots,n)$$

生产价格总量等于价值总量的条件可以写为：

$$\frac{q_1(\bar{\Delta}_1-\Delta_1)}{b_1}+\cdots+\frac{q_n(\bar{\Delta}_n-\Delta_n)}{b_n}=0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\quad(16)$$

这里，

$b_1=(1-a_{11})q_1-\cdots-a_{1n}q_n,\cdots,b_n=-a_{n1}q_1-\cdots+(1-a_{nn})q_n$

另一方面，当技术矩阵行列式

$$\begin{vmatrix}1-a_{11} & \cdots & -a_{1n}\\ \cdots & \cdots & \cdots\\ -a_{n1} & \cdots & 1-a_{nn}\end{vmatrix}\neq 0$$

时，方程组

$$b_1=(1-a_{11})q_1-\cdots-a_{1n}q_n=0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$b_n=-a_{n1}q_1-\cdots+(1-a_{nn})q_n=0$ 没有非零解，从而，函数组 $b_1,\cdots,b_n$ 相互不成比例。于是，(16) 式意味着所有的 $\bar{\Delta}_i-\Delta_i\,(i=1,\cdots,n)$ 都必须等于零，从而 $p_i=z_i\,(i=1,\cdots,n)$。

由此得到结论：无论是简单再生产还是扩大再生产，只要平均利润总量等于剩余价值总量以及生产价格总量等于价值总量，则在技术不变和技术矩阵行列式不等于零的条件下，每一部门的单位生产价格和单位价值就总是相等。这就说明，所谓价值到生产价格的转形是一种"假转形"，或者说，价值转形问题实际上是一个伪问题。

注释：

①需要强调的是，我们这里否定的只是以"两个总量相等"为基础的价值转形问题。

②在局限于讨论价值与生产价格的关系时，显然没有必要考虑技术变化的影响。

③实际上，经济上合理的技术矩阵行列式都不等于零。此外，按照劳动价值论，它也不能等于零。否则，价值就是不确定的。

④本文关于技术不变的假定就是指这些技术系数不因计量单位从价值到生产价格的变化而变化。

⑤允许部分的技术系数等于零。

⑥如果 $z_1=0$，则联立方程组的第一个等式退化为无意义的"$0=0$"；如果 $z_2=0$，则联立方程组的第二个等式退化为"$m_1+m_2=0$"，即整个经济不存在剩余价值。

⑦根据假定，实物结构方程的系数矩阵行列式不等于零，故它们的解是惟一的。从这些解中即可推出 $\bar{m}/p_2=m/z_2$ 的结论。

⑧容易看到，在 $p_1=z_1$、$p_2=z_2$ 时，一定有 $\bar{m}_1=m_1$、$\bar{m}_2=m_2$，即每一部类的平均利润等于剩余价值。换句话说，如果"两个总量相等"，则必然得到"两个个量相等"。这个结论不仅适用于简单再生产的两部类经济，而且适用于简单再生产的多部门经济以及扩大再生产的情况。

⑨注意，s_i 是剩余价值的积累率，简称剩余积累率，即用于积累的剩余价值与总剩余价值的比率。它不同于通常所说的资本积累率。后者是积累的资本与原有总资本的比率。

⑩因为 q_1 和 q_2 通常不等于零。q_1 和 q_2 等于零意味着经济规模为零，我们不考虑这种情况。

参考文献：

1. Saad - Filho, Alfredo, 1997. "An Alternative Reading of the Transformation of Value into Prices of Production." Capital & Class, Vol. 63, Autumn.

2. Kliman, Andrew & McGlone, Ted, 1999. "A Temporal single - system Interpretation of Marx's Value Theory." Review of Political Economy, Vol. 11(1).

3. 张忠任：《百年难题的破解》，北京，人民出版社，2004。

4. 白暴力：《价值转形问题研究》，北京，商务印书馆，2006。

5. 丁堡俊：《转形问题研究》，载《中国社会科学》，1999(5)。

6. 岳宏志、寇雅玲：《马克思转形理论的一个数理证明》，载《数量经济技术经济研究》，2005(6)。

7. 朱奎：《转形问题研究》，载《经济评论》，2004(1)。

8. 张忠任：《转形问题的最终解决》，载《数量经济技术经济研究》，2001(2)。

(作者单位：上海财经大学马克思主义研究院　上海 200433)

(责任编辑：彭爽)