

住房抵押贷款及其 衍生品定价理论与模型^{*}

陈 勇 唐文进

摘要: 住房抵押贷款及其衍生品的主要风险是提前偿还和违约风险。早期文献集中研究提前偿还期权的风险价值,20世纪90年代以来,国外学者建立住房抵押贷款定价的双因子模型,同时分析提前偿还和违约期权的风险价值,并运用数值分析方法对模型进行定量分析。为了更好地拟合提前偿还与违约行为的经验特征,最新的研究主要从两方面进行扩展:一是在期权定价模型中引入市场摩擦因子;二是建立提前偿还和违约行为的经验模型。

关键词: 住房抵押贷款 提前偿还风险 数值分析

近年来,我国先后推出了可调整利率住房抵押贷款(Adjusted - Rate Mortgages, ARMs)、房贷险(房屋财产损失险、还贷责任保证保险、住房抵押贷款综合险)、住房抵押贷款支持证券(Mortgage - Backed Securities, MBSs)和固定利率住房抵押贷款(Fixed - Rate Mortgages, FRMs)。这些金融产品与传统信贷产品、企业债券具有不同的风险与收益特征,因此,借鉴成熟市场的定价理论与分析方法,促进我国MBS市场的健康持续发展,是学术界和市场参与者面临的重要课题。

住房抵押贷款及其衍生品的主要风险是提前偿还风险和违约风险。国外学者集中于研究借款人的提前偿还和违约行为,并引入利率和房价两个随机变量,运用期权理论对住房抵押贷款及其衍生品进行定价分析。早期的定价模型只考虑住房抵押贷款的提前偿还风险而不考虑违约风险。由于这些模型只考虑利率变动对住房抵押贷款及其衍生品价值的影响,所以被称为单因子模型。随着住房抵押贷款及其衍生品市场的发展,基于期权理论的定价模型不断完善,分析工具和手段也越来越复杂。20世纪90年代以来,国外学者在模型中同时引入利率和房价两个随机变量,运用CIR(Cox, Ingersoll & Ross, 1985)风险资产定价模型对提前偿还和违约风险进行定量分析。为了更好地拟合提前偿还与违约行为的经验特征,后续研究从两方面进行扩展:一是在期

权定价模型中引入交易成本和时滞等市场摩擦因素;二是运用历史数据建立提前偿还和违约行为的计量模型,然后对住房抵押贷款及其衍生品的现金流进行估计,这种方法也被称为简化模型。

一、住房抵押贷款的提前偿还风险

一般来说,如果市场利率下降,借款人可能通过借新还旧降低贷款的利息成本。由于贷款合同利率是事先确定的,一旦市场利率低于合同利率,借款人的提前偿还行为将使贷款人面临再投资风险。因此,住房抵押贷款的提前偿还风险具有买入期权的性质。期权理论认为,对于给定的利率期限结构必定存在一个临界点,当利率下降到该点时,借款人的最优选择就是提前偿还贷款。

然而,大量的实证经验表明,借款人并不总是遵循最优的提前偿还策略:当市场利率下降时,即使提前偿还是最优的选择,有的借款人也不会提前偿还贷款。除此以外,借款人的提前偿还行为还具有以下经验特征:(1)提前偿还行为具有季节性。美国的提前偿还行为主要发生在每学期的开学之前。美国父母为了孩子入学的方便,一般都在开学之前搬家或调整工作地点,而搬家时需要提前偿还贷款并将房子转手,以便在新的住处购置住房。由于模拟提前偿还行为的季节性有相当的困难,只有计量模型才考虑提前偿还的季节特征(Schwartz & Torous,

^{*} 本文研究获得国家社会科学基金重点项目(06AJL002)、国家自然科学基金项目(70773119)和教育部人文社会科学规划基金项目(05JA630016)的资助。

1989)。 (2) 即使当前的市场利率高于贷款合同利率, MBS 的资产池也存在一定的提前偿还率。这是期权理论无法解释的外生的提前偿还行为, 而这主要是受其他外生变量的影响, 如借款人工作变动、买彩票中奖和离婚等。为了将这些外生提前偿还行为纳入期权定价模型, 已有的文献假设外生提前偿还率与利率无关, 例如, Stanton (1995) 假设外生提前偿还率为常数, 而 Dunn 和 McConnell (1981) 则假设外生提前偿还率服从泊松过程。 (3) 提前偿还具有衰竭效应。在贷款发放的初期, 住房抵押贷款的提前偿还率呈现上升的趋势, 一直到第 30 个月左右。此后, 住房抵押贷款的提前偿还率基本保持不变, 但是在贷款的后期存在下降的趋势, 也就是衰竭效应。Stanton (1995) 假设借款人面临不同的交易成本: 在贷款的初期, 利率下降之后, 交易成本较低的借款人率先提前偿还贷款; 在贷款后期, 由于交易成本较低的借款人已经提前偿还贷款, 剩下的都是交易成本较高的借款人, 因此 MBS 的提前偿还率将下降。Deng, Quigley 和 Van Order (2000) 研究了借款人执行力最优提前偿还策略的现象, 将这些借款人称为“木头脑袋 (wood heads)”。

为了更好地拟合经验数据, 许多学者对期权定价模型进行改良和扩展。Dunn 和 McConnell (1981) 采用单因子模型对政府国民抵押协会 (GNMA) 的 MBS 进行定价分析。美国 GNMA 发行的 MBS 必须由联邦住宅管理局 (FHA) 或退伍老兵管理局 (VA) 提供完全的违约担保, 而对提前偿还则没有限制, 因此, Dunn 和 McConnell (1981) 可以集中研究提前偿还风险, 他们假设借款人的提前偿还行为由两个因素决定: 一是由期权定价模型内生决定的提前偿还行为; 二是外生变量引起的提前偿还行为。

Schwartz 和 Torous (1989) 完全抛弃了期权定价模型, 利用历史数据对住房抵押贷款的提前偿还率进行经验估计, 建立了住房抵押贷款及其衍生品定价的经验模型。然而, 由于经济条件的变化, 这种纯粹的经验估计模型的适用性受到质疑。为了克服已有的纯粹经验模型和期权理论模型的缺点, Timmis (1985)、Dunn 和 Spatt (1986)、Johnston 和 Van Drunen (1988) 引入了市场摩擦因素, 但是这些模型仍然不能很好地拟合提前偿还的经验数据。例如, 依据这些模型, 资产池中的借款人要么同时提前偿还贷款, 要么维持基础的提前偿还率。

市场参与者更多地依据历史数据建立提前偿还的经验模型, 然后利用经验模型对住房抵押贷款产生的现金流进行预测和估计, 从而为 MBS 的定价提供参考依据。Yu 等 (2004) 认为, MBS 的提前偿还率主要受三个因素的影响: (1) 贷款期限。随着贷款期限增加, 提前偿还速度加快; (2) 季节因素。夏季的提前偿还速度比冬季快; (3) 再融资因素。当合同

利率比市场利率低时, MBS 资产池中的提前偿还率上升, 并将提前偿还率表示为以上三个变量的乘积, 利用历史数据对模型的参数进行经验估计。

总而言之, 提前偿还率主要受利率期限结构的影响, 因此, 国外相关文献主要采用了单因子模型。而后续研究主要是对 Dunn 和 McConnell (1981) 单因子模型进行扩展, 并在模型中加入交易成本和时滞因素等市场摩擦因素, 如 Kalotay, Yang 和 Fabozzi (2004, p. 954)。但也有学者认为, 房价也会影响借款人的提前偿还行为, 如 Kariya, Pliska 和 Ushiyama (2002) 及 Downing, Stanton 和 Wallace (2003) 同时考虑房价和利率对提前偿还行为的影响。

国内相关文献对提前偿还风险的定价问题研究非常有限。李大鹏和陈伟忠 (2006) 对随机利率下 MBS 的价值进行了数学描述, 探讨了基于无套利风险的 MBS 定价方法在中国的应用前景。樊相如和奚晓飞 (2002) 探讨了中国居民收入增长率与提前偿还行为之间的关系, 模型假设提前偿还行为与当前利率、房价无关, 因而是外生变量模型。

二、住房抵押贷款的违约风险

一般来说, 如果房价下跌并且远远低于贷款余额, 借款人将理性地选择违约并放弃作为抵押物的住房以避免更大损失。在定价模型方面, 国外相关文献运用期权理论对住房抵押贷款及其衍生品的违约风险进行定价分析, 如 Cunningham 和 Capone (1990)、Dennis 等 (1997) 利用期权理论研究违约风险。

国外的实证经验表明, 房价和贷款成数 (Loan to Value, LTV) 是影响违约风险的主要因素。Capozza 等 (1998) 的实证研究表明, 降低 LTV 比率可以有效减少违约风险; 反之, 如果 LTV 比率较高, 即使借款人在签订贷款合同时加强对借款人的资信审查, 在控制违约风险方面的作用也十分有限。实践经验表明, 在房价下跌时, 住房抵押贷款的违约风险显著上升。1991 年, 日本房地产泡沫破灭, 日本房价 15 年持续下跌, 直接导致了大量的银行不良资产。

房价和 LTV 也是美国保险公司对违约风险进行定价的主要依据。美国三大政府或准政府组织——政府国民抵押协会 (GNMA)、联邦国民抵押协会 (FNMA) 及联邦住房贷款抵押公司 (FHLMC) 对住房抵押贷款提供信用担保。这些政府或准政府组织的信用担保具有社会福利性质, 主要目的是为中低收入家庭提供住房保障。为了减少违约风险, 三大政府或准政府组织主要考虑三个指标: (1) LTV; (2) 月供收入比; (3) 住房总价。当前, 美国三大政府或准政府组织运行状况良好, 为中低收入家庭的首次购房提供了有力的保障, 有效地降低了购房人的融资成本。

三、住房抵押贷款的双因子模型

Findley 和 Capozza (1977) 开创了利用期权定价模型对住房抵押贷款进行定价的先河。他们认为,住房抵押贷款可以被看成是一个无风险资产与期权的合成物,其中,提前偿还可以看成是一个看涨期权,而违约可以看成是一个看跌期权。此后,国外学者对期权定价模型进行了卓有成效的研究,但最早应用双因子模型对住房抵押贷款及其衍生品进行定价的是 Kan 等(1992)。Kan 等运用双因子模型对 MBS 进行了定价分析,而 Deng, Quigley 和 Van Order (2000) 则对单个住房抵押贷款进行了定价研究。

为了克服基于期权理论的双因子模型的缺陷(虽然不断地加入各种市场摩擦因素,仍然不能很好地拟合实际观测到的经验数据),一些文献建立了提前偿还和违约行为的经验计量模型,并运用该模型对住房抵押贷款的现金流进行预测和估计。这主要包括 Schwartz 和 Torous (1989), Titman 和 Torous (1989) 以及 Kau, Keenan 和 Smurov (2004)。由于市场环境的变化,这种经验计量模型的适用性受到质疑,如 Kalotay, Yang 和 Fabozzi (2004, p. 954) 指出:“每次提前偿还率上升时,计量模型都不能进行准确地预测。虽然 MBS 分析师不断地更新数据与模型,计量模型的更新始终不能适应市场微观结构的变化。”

早期的双因子模型主要用于对美国的住房抵押贷款及其衍生品进行定价,如 Kau 等(1993)及 Kau 和 Keenan (1995)。后来, Azevedo - Pereira 等(2000, 2002)及 Newton 等(2003)将基于期权理论的双因子模型应用于英国住房抵押贷款及其衍生品定价中。

美国和英国的住房抵押贷款合同条款不同,两者具有不同的违约风险与提前偿还风险特性。在美国,通常情况下,只有贷款房价比大于 80% 时,贷款银行才会要求借款人购买违约责任险,保额为贷款金额的一定百分比,随同贷款利息分月支付。在贷款的存续期以内,随着贷款本金的下降,保险费的费率不断降低。在违约事件发生以后,如果房屋处置的余额不足以抵偿贷款余额,保险公司必须赔偿不足部分。在经历 20 世纪 80 年代的房价下跌之后,英国的保险公司推出了住房抵押贷款赔偿保险(Mortgage Indemnity Guarantees, MIGs)。在违约事件发生以后,保险公司对抵押物处置不足以抵偿本金的部分按一定比例进行赔偿,同时设定一个最高赔偿额度。

另外,英国的住房抵押贷款以 ARM 为主,而美国的住房抵押贷款的合同利率以 FRM 为主。由于历史上英国的通货膨胀率较高,利率波动较大,为了避免利率风险,英国银行倾向于发放 ARM,即使是 FRM,对提前偿还行为也有严格的限制,例如,规定

贷款后的若干年之内禁止提前偿还贷款。由于美国的住房抵押贷款及其衍生品更加灵活和复杂,市场规模更加庞大,因此,分析工具更加复杂和先进。英国的学术界和投资者主要是借鉴美国市场的经验。

四、住房抵押贷款定价的数值方法

运用上述期权定价方法,可以得到住房抵押贷款的风险价值必须满足的一个偏微分方程,由于偏微分方程没有分析解,只能通过蒙特卡洛法和有限差分法等数值分析方法求解(Kau & Keenan, 1995)。

针对住房抵押贷款的违约风险和提前偿还风险的美式期权性质,国外的文献主要采用有限差分法进行数值分析,例如 Kau 等(1992, 1993)、Kau 和 Keenan (1995)、Azevedo - Pereira 等(2000, 2002)、Newton 等(2003)。有限差分法是工程学上常用的、比较成熟的数值分析方法,适用于多元偏微分方程求解,有限差分法又分为显性法和隐性法,已有的文献主要采用了显性有限差分法。究其原因,一是显性法的求解过程简单,程序容易编写;二是运用显性法求解,提前偿还边界和违约边界容易识别。显性法的缺点是稳定性差,对时间步长有严格的要求,步长缩短时数值解向精确解收敛的速度慢(Wilmott, 1988)。虽然显性有限差分法能较好地解决美式期权的自由边界问题,但计算的强度很大,如 Kau 等(1992, 1993)采用的时间步长为 1/60 月。

在美国金融界,投资者主要使用基于计量模型的蒙特卡洛模拟方法进行定价分析。首先,投资者假设未来利率服从一定的随机分布。其次,根据利率假设,对利率路径进行模拟,产生若干条利率路径。然后,根据利率路径和贷款期限等因素对住房抵押贷款的现金流进行经验估计。最后,利用利率路径对已知现金流进行贴现,就可以得到 MBS 的价值。由于住房抵押贷款的提前偿还率与贴现因子都受利率路径的影响,因此,利率假设对定价结果至关重要,甚至会差之毫厘,谬以千里。例如,由于错误的利率假设,2001 年澳大利亚国民银行在美国经营住房抵押贷款的附属机构 HomeSide 出现了巨额亏损,注销了将近 40 亿澳元的损失。

在国内金融研究中,较为广泛地应用了数值分析方法对美式实物期权进行定价研究,但主要集中于可转换债券、公司债券和传统信贷产品的定价分析,较少考虑住房抵押贷款的分期付款和提前偿还特性。

五、启示与问题

住房抵押贷款具有分期偿还和提前偿还的特性,而且借款人的提前偿还行为具有很大的不确定性,因此,住房抵押贷款及其衍生品的定价是一个复杂的问题。虽然国外学者进行了长期的研究,并加

深了人们对住房抵押贷款及其衍生品的认识,但没有一个普遍接受的定价方法和模型,而且随着市场条件的变化,借款人的提前偿还和违约行为可能发生变化。由于住房抵押贷款的规模庞大(在经济发达国家一般占国内生产总值的60%),可以预见,住房抵押贷款及其衍生品的定价问题仍将是各国市场参与者和学术界研究的热点。

总体而言,国外的相关文献主要应用期权模型和计量模型分析住房抵押贷款及其衍生品的风险价值。由于借款人并不总是执行最优的提前偿还和违约策略,期权模型的适用性受到广泛的质疑。例如,根据期权模型,借款人的选择只有不提前偿还和一次性全部提前偿还贷款,从而不能解释部分提前偿还的行为。虽然西方学者对期权定价模型进行了多方面的扩展,但期权模型在投资分析中应用仍然有限。为了模拟借款人的“非理性”的提前偿还和违约行为,市场参与者更多地使用了计量模型,根据历史数据对住房抵押贷款的提前偿还和违约行为进行经验估计。

国内对住房抵押贷款及其衍生品的定价研究尚处于起步阶段,主要是借鉴国外的期权理论模型。提前偿还风险主要存在于固定利率住房抵押贷款中,而目前中国住房抵押贷款的主体是浮动利率贷款。在浮动利率贷款下,贷款利率随市场利率的波动而波动,利率风险主要由借款人承担,而且市场利率下降的时候,借款人不可能通过借新还旧来降低借款成本,因此,银行面临的提前偿还风险十分有限。然而,随着固定利率住房抵押贷款试点的推广和利率市场化进程的推进,商业银行面临的提前偿还风险必将加大。此外,中国住房抵押贷款市场的发展处于起步阶段,而且提前偿还率、违约率等数据属于商业银行的商业机密,而计量模型的建立需要大量的、完整的贷款数据。由于目前国内住房抵押贷款的数据还不能满足计量模型的要求,因此,国内的相关研究主要应用期权模型对住房抵押贷款及其衍生品的价值进行理论分析。

当前,住房抵押贷款市场的金融创新为我们提出了以下两大课题:一是建立住房抵押贷款提前偿还的经验模型,对住房抵押贷款的现金流进行估计。中国住房抵押贷款的提前偿还具有什么样的经验特征?美国的PSA(Public Security Association)模型是否可以对中国的住房抵押贷款的提前偿还率进行估计?中国住房抵押贷款的提前偿还率与市场利率有什么关系?这些都是中国住房抵押贷款及其衍生品市场进一步发展亟需解决的问题。由于中国住房抵押贷款市场的发展历史短,数据缺乏,提前偿还的经验特征还需要进一步的实证分析。二是根据中国住房抵押贷款的具体合同条款建立住房抵押贷款及其

衍生品的定价模型。中国住房抵押贷款的合同条款、居民收入、消费行为和观念等与国外不尽相同,借款人具有不同的提前偿还和违约行为特征,因此,住房抵押贷款及其衍生品的定价模型不能照搬国外的理论和模型,必须考虑中国的具体情况。例如,虽然借款人可以在利率下降时通过借新还旧,降低借款成本,但中国住房抵押贷款的合同条款往往使提前偿还的执行无利可图,特别是最近商业银行推出的FRM都有关于提前偿还的限制条款。

参考文献:

1. Cox J. ; Ingersoll J. and Ross, S. ,1985. "A Theory of the Term Structure of Interest Rates. " *Econometrica* ,53(2) ,pp. 385 - 408.
2. Schwartz, E. S. and Torous, W. N. ,1989. "Prepayment and the Valuation of Mortgage Backed Securities. " *Journal of Finance* , 44 ,pp. 375 - 392.
3. Dunn, Kenneth B. and McConnell, John J. ,1981. "A Comparison of Alternative Models of Pricing GNMA Mortgage - Backed Securities. " *Journal of Finance* ,36(2) ,pp. 471 - 484.
4. Stanton, R. ,1995. "Rational Prepayment and the Valuation of Mortgage - Backed Securities. " *Review of Financial Studies* ,8 , pp. 677 - 708.
5. Deng, Y. ; Quigley, J. M. and Van Order, R. ,2000. "Mortgage Terminations, Heterogeneity and the Exercise of Mortgage Options. " *Econometrica* ,68(2) ,pp. 275 - 307.
6. Timmis, G. C. ,1985. "Valuation of GNMA Mortgage - Backed Securities with Transaction Costs, Heterogeneous Households and Endogenously Generated Prepayment Rates. " Working Paper, Carnegie - Mellon University.
7. Dunn, Kenneth B. and Spatt, Chester S. ,1986. "The Effect of Refinancing Costs and Market Imperfections on the Optimal Call Strategy and the Pricing of Debt Contracts. " Working Paper, Carnegie - Mellon University.
8. Johnston, E. and Van Drunen, L. ,1988. "Pricing Mortgage Pools with Heterogeneous Mortgagors: Empirical Evidence. " Working Paper, University of Utah.
9. Kalotay, A. ; Yang, D. and Fabozzi, F. J. ,2004. "An Option - Theoretic Prepayment Model for Mortgages and Mortgage - Backed Securities. " *International Journal of Theoretical and Applied Finance* ,7 ,pp. 949 - 978.
10. Kariya, T. ; Pliska, S. R. and Ushiyama, F. ,2002. "A 3 - Factor Valuation Model for Mortgage Backed Securities (MBS). " Working Paper, Kyoto Institute of Economic Research.
11. 李大鹏、陈伟忠:《基于无套利理论的MBS市场价值定价方法研究》,载《金融教学与研究》,2006(1)。
12. 樊相如、龚晓飞:《浅析我国住房抵押贷款中的提前还款风险》,载《黑龙江社会科学》,2002(1)。

(以下文献略)

(作者单位:湖南大学金融学院 长沙 410079
中南财经政法大学新华金融保险学院 武汉 430073)
(责任编辑:曾国安、彭爽)