我国人口发展的预测与控制模型

尤秀英

人口发展过程的预测，其理论依据是人口发展方程，即人口发展的数学模型。现有的模型有两种：一种是连续模型，它是一个偏微分方程或偏微分方程组；另一种是离散模型，它是一个差分方程组。离散模型可用连续模型离散化方法得到。

但一般说来，用解析方法求上述偏微分方程的解是比较复杂的，其数值解也需借助于计算机算出。而差分方程组的计算量，对于一个县、一个偏僻地区，无论从人力，物力方面来说，往往也嫌过大。如何解决这一矛盾，使每个县都可随时预测人口发展过程，检查人口发展现状，以便为制定经济、文化发展规划和调整人口政策提供依据，这就需要有一种简便易行的预测方法。

本文提出一种连续—离散型的人口预测与控制的简易模型，主要用于短期预测，可达到一定的精确度。此方法只需简单地查几次指数函数 e^x 表及 e^{-x}表，就可得到预报量。因此本方法简便易行。文中提出预测总人口及按龄人口的数学模型和控制出生率，使人口达到预定指标的数学模型。

与其它预测方法一样，在社会稳定时期，本方法可达到相当的精确度。

本文数据来自参考文献(1)精确可靠。

一、预测总人口的数学模型

1. 模型的提出

在社会稳定时期，可假定，在较短的时期内，年出生率 p 和年死亡率 q，对时间 t 不变，即为一常量，给定初始人口数为 N(0)，年自然增长率 r＝p－q，要预测 t(t＞0)年后人口数 N(t)。

若把一年用时间间隔△t 分为若干份，则每一时间间隔的出生率为 p·△t，死亡率为 q·△t，(比如一年分为 12 个月，则$\triangle t=\frac{1}{12}$，月出生率为$\frac{p}{12}=p\cdot\frac{1}{12}=p\cdot\triangle t$)在此时间间隔，每个人可演化为$(1+P\triangle t)\cdot(1-q\triangle t)$个人，t 年后演化为$(1+p\cdot\triangle t)^{\frac{t}{\triangle t}}(1-q\cdot\triangle t)^{\frac{t}{\triangle t}}$个人，t 年后总人口为

$$N(0)(1+p\cdot\triangle t)^{\frac{t}{\triangle t}}(1-q\cdot\triangle t)^{\frac{t}{\triangle t}}人$$

注意到人口发展过程是一个连续过程，出生率与死亡率处于同一过程中，令△t→0，

$$N(t)=\lim_{\triangle t\to 0}\left[N(0)(1+p\cdot\triangle t)^{\frac{t}{\triangle t}}(1-q\cdot\triangle t)^{\frac{t}{\triangle t}}\right]$$

$$=N(0)\lim_{\triangle t\to 0}\left\{\left[(1+p\cdot\triangle t)^{\frac{1}{p\cdot\triangle t}}\right]^{pt}\left[(1-q\cdot\triangle t)^{-\frac{t}{q\cdot\triangle t}}\right]^{-qt}\right\}=N(0)e^{pt}\cdot e^{-qt}$$

$$=N(0)e^{(p-p)t}=N(0)e^{rt}$$

即 $N(t)=N(0)e^{rt}$　　①

①式就是本文所要提出的总人口预测模型。

例 1，我国 1989 年末总人口为 112704 万，年自然增长率为 13.7‰，预测 1991 年末

我国总人口。

解:由公式①

$N(2)=N(0)e^{2r}=N(0)e^{2\times 13.7‰}=N(0)e^{0.0274}$

查表得 $e^{0.0274}=1.0278$

$N(2)=N(0)e^{0.0274}=112704\times 1.0278$

$=115837$(万)

即预测出1991年为115837万人,而实际人口为115823万,预测多出14万,误差为0.12‰。

2. 正的自然增长率,将导致人口持续增长

无论维持多么小的正自然增长率 $r>0$,由于 $N(t)=N(0)e^{rt}>0$,知 $N(t)$ 是递增函数,故无峰值,即人口持续增长。因此必须控制生育,甚至在某一时期内取负的自然增长率,才可能使人口控制在适度的范围内。

3. 公元2000年末我国总人口

1990年我国总人口为114333万,按年自然增长率13‰计算,10年后总人口为:

$N(10)=N(0)e^{10r}=N(0)e^{10\times 13‰}=N(0)e^{0.13}$

$=114333\times 1.1389$

$=130202$(万)$=13.02$(亿)

即公元2000年末人口突破13亿,这与用其它预测方法所得结果一致。

二、通过控制出生率使人口达到预定指标的数学模型

从我国统计资料可看出,由于社会的政治经济情况的影响,出生率波动比较大,建国以来有三次出生高峰期,但总的趋势还是下降的,只要实行正确的人口政策,出生率是可以人为地加以控制的。

从统计资料看,解放后死亡率一直是持续下降的,但波动不大,而且下降的速度是愈来愈慢,估计往后下降速度会更慢。从近n年的数值可看出,逐渐趋于 $q=6.7‰$ 的稳定状态。

现假定通过人口政策,出生率可以实现每年以同一比率下降,死亡率假定仍保持 $q=6.7‰$ 的状态。我们要研究的问题是:出生率以怎样的平均比率下降,n年后人口达到峰值,此时人口数为多少?

以1991年的数据为初始值。

$N(0)=115823, p=19.68‰, q=6.7‰$,则 $r=p-q=13‰$。

若要n年后达到峰值,这时必须实现零自然增长率,因此自然增长率必须每年平均递减 $\frac{13}{n}‰$,由于假定q不变,故出生率p必须每年递减 $\frac{13}{n}‰$,则

$r_i=(13-i\cdot\frac{13}{n})‰=\frac{13}{n}(n-i)‰ \quad (i=1,2,\cdots,n)$

为第i年的自然增长率,于是峰值的人口数为

$N(n)=N(0)e^{r_1}\cdot e^{r_2}\cdots\cdots e^{r_n}=N(0)e^{r_1+r_2+\cdots+r_n}$

$=N(0)e^{\frac{13}{n}\cdot\frac{n(n-1)}{2}‰}$

故 $N(n)=N(0)e^{\frac{13}{2}(n-1)‰}$ ②

我们假定要求从1991年末开始,10年后即公元2001末,我国人口达到峰值,由于 $n=10$,出生率必须以1.3‰平均比率递减。这时,我国人口达

$N(10)=N(0)e^{\frac{13}{2}(10-1)‰}=N(0)e^{0.0585}$

$=115823\times 1.0618=122981$(万)

即公元2001年达12.3亿左右峰值,这比国家要求到2000年总人口控制在12.94亿还低一些。

上述通过控制出生率,进而控制人口发展过程的数学方法,适用于任何初始条件。初始条件:人口 $N(0)$,出生率p、死亡率q,自然增长率r,$r=p-q>0$。

我们要研究的问题是,在死亡率q基本不变的前提下,出生率以什么样的年平均比率递减可使人口在n年后达到峰值。

我们的结论是:出生率每年以 $\frac{p-q}{n}$ 的平均比率递减,n(预先给定)年后人口即可达到峰值,此时人口数为

$$N(n)=N(0)e^{\frac{p-q}{2}(n-1)} \quad ③$$

例 2,第四次人口普查中,我国少数民族在 1990 年末人口总数为 9133 万,比 1982 年增加 2400 万还多,年自然增长率为 40.4‰(其中 1300 万人是汉族转为少数民族),现在年自然增长率 r 以 25.2‰计,用人口控制模型计算峰值人口数。

解:初始条件 $N(0)=9133, r=p-q=25.2\%, q=6.7‰$

设 n=10 达到峰值,即公元 2000 年末达到峰值。

由③式 $N(10)=N(0)e^{\frac{p-q}{2}(10-1)}$

$=N(0)e^{\frac{25.2}{2}‰\times 9}=N(0)e^{0.1134}$

$=9133\times 1.12=10229$(万)

即公元 2000 年末我国少数民族总人口将达到 10229 万。

三、预测按龄人口的数学模型

记 n 年末 i 岁人口数为 $N^i(n)$

1. 已知初始年 i 岁人口数为 $N^i(0)$,按龄死亡率为 $q^{(i)}(i=1,2,\cdots)$,若按龄死亡率保持不变,则一年后 i+1 岁人口数为:

$$N^{i+1}(1)=\lim_{\triangle t\to 0}[N^i(0)(1-q^{(i+1)}\cdot\triangle t)^{\frac{1}{\triangle t}}]$$
$$=N^i(0)\lim_{\triangle t\to 0}[(1-q^{(i+1)}\triangle t)^{-\frac{1}{q(i+1)\cdot\triangle t}}]^{-q(i+1)}$$
$$=N^i(0)e^{-q(i+1)} \quad ④$$

2. 在同样的条件下,求第 n 年末,i 岁人口数,$N^i(n)$分两种情况讨论。

1)当 $i\geqslant n$ 时,进行类似 1. 的推导,

$$N^i(n)=N^{i-n}(0)e^{-[q^{(i-n+1)}+q^{(i-n+2)}+\cdots+q^{(i)}]}$$

如 4 年末,10 岁的人口数 $N^{10}(4)=N^6(0)e^{-[q(7)+q(8)+q(9)+q(10)]}$,如 10 年末,10 岁的人口数 $N^{10}(10)=N^0(0)e^{-[q(1)+q(2)+\cdots+q(10)]}$

2)当 $i<n$ 时,类似地推导有

$$N^i(n)=N^0(n-i)e^{-[q(1)+q(2)+\cdots+q(i)]}$$
$$=N(0)e^{r_1+r_2+\cdots+r_{n-i}}\cdot p_{n-i}e^{-[q(1)+q(2)+\cdots+q(i)]}$$

其中 $N^0(n-i)$为第 n-i 出生人数,N(0)为初始年总人口数 6,$r_j(j=1,2,\cdots,n-i)$为第 j 年自然增长率,p_{n-i}为第 n-i 年出生率。

结束语

本文提出的预测方法与其它现有方法一样也可通过出生率与死亡率的关系推得出第 j 年$(j=1,2,\cdots,t)$的出生率 p_j 及死亡率 q_j,进而得出第 t 年末总人口的另一预测模型:

$$N(t)=N(0)e^{(p_1+p_2+\cdots+p_t)-(q_1+q_2+\cdots+q_t)} \quad ①$$

对于预测按龄人口的数学模型,可进行同样的处理。在这种处理下,这几个模型可用于长期预测。

九十年代是中国控制人口增长的关键时刻,由于人口基数的不断增加和八十年代后期人口出生高峰将在九十年代继续存在,今后中国人口增长的形势仍将十分严峻。我们提出人口预测和控制的简易模型与其它现有模型一样,都是谋求控制中国总人口的增长速度,使人口与自然资源协调,有利于我国经济繁荣、科技发达、人民文化水准的提高。

参考文献:

1. 宋健等:《人口发展过程的预测和控制》,《系统工程和科学管理》1980 年第 2 期。

2. 中国统计局编:《92 中国发展报告》,中国统计出版社 1993 年版。

3. 赵清华、韩京清著:《人口系统的能控性与能达性》,《湖北人口》1985 年第 2 期。

(特约审稿　朱　农)